

Kombinatorika a Grafy 2 - Úkol 5

Jan Soukup

Odevzdat do začátku cvičení 5.4.2023

1. [2 body] Ukažte, že každý graf neobsahující K_4 jako minor lze obarvit třemi barvami. (Hint: použijte bonusový příklad z třetího domácího úkolu, který nemusíte dokazovat.)
2. [3 body] Určete největší n takové, že $K_{n,n}$ lze nakreslit na torus (a dokažte, že pro větší n to nelze).
3. [4 body] Nechť Γ je pevně zvolená plocha. Navrhněte algoritmus s polynomiální časovou složitostí, který pro libovolný graf G nakreslitelný na Γ rozhodne, zda ho lze obarvit 7 barvami. (Hint: rozlište případy, kdy $\delta(G) \leq 6$ a $\delta(G) \geq 7$, kde $\delta(G)$ je minimální stupeň v G .)
4. [Bonus za 3 body] Kolika různými (navzájem nehomeomorfními) způsoby lze nakreslit K_4 na torus? (Hint: kružnici lze na torus nakreslit dvěma způsoby – tak, že ohraničuje disk, nebo tak, že rozstříhnutím toru podle této kružnice vznikne válec.)