

Kombinatorika a Grafy 2 - Cvičení 5

Jan Soukup

15.3.2023

<https://kam.mff.cuni.cz/~soukup/vyuka/2223/KAG2/>

1 Minory a kreslení grafů na plochy

Definice 1. Graf G obsahuje graf H jako minor, pokud H lze z G získat kontrakcemi hran a mazáním vrcholů a hran.

G obsahuje H jako topologický minor, pokud G obsahuje podrozdělení H .

Příklad 1 (z minula). Ukažte, že jestliže $K_5 \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení K_5 nebo $K_{3,3}$.

Příklad 2. Jsou následující třídy grafů uzavřené na minory? Nebo na topologické minory?

- (1) Lesy (čili grafy bez kružnic)
- (2) Grafy s maximální stupněm $\leq \Delta$ pro pevné Δ
- (3) Grafy s průměrem $\leq D$ pro pevné D (průměr je největší vzdálenost mezi dvěma vrcholy)

Příklad 3 (Charakterizace tříd uzavřených na minory). Ukažte, že třída grafů \mathcal{F} je uzavřená na minory právě tehdy, když existuje množina grafů \mathcal{H} taková, že

$$\mathcal{F} = \{G \mid \forall G' \preceq_m G : G' \notin \mathcal{H}\}.$$

Příklad 4. Nakreslete Petersenův graf na projektivní rovinu a torus.

Příklad 5. Nakreslete co největší kliku na projektivní rovinu, torus a Kleinovu láhev.

Příklad 6. Ukažte, že přidáním „překrouceného“ ucha na sféru vznikne Kleinova láhev.