

## Úlohy ke cvičení

**Definice 1** (Podmíněná pravděpodobnost). Pravděpodobnost jevu  $A$  ze předpokladu  $B$  je  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .

**Úloha 1.** Navrhněte postup, jak by se dala simulovat vyvážená mince (panna a orel padají s pravděpodobností  $1/2$ ) pomocí nevyvážené mince, na které panna padá s pravděpodobností  $p$ , přičemž hodnotu  $p$  neznáme.

**Úloha 2.** Jaká je pravděpodobnost, že ve skupině  $n$  lidí mají dva lidé narozeniny ve stejný den.

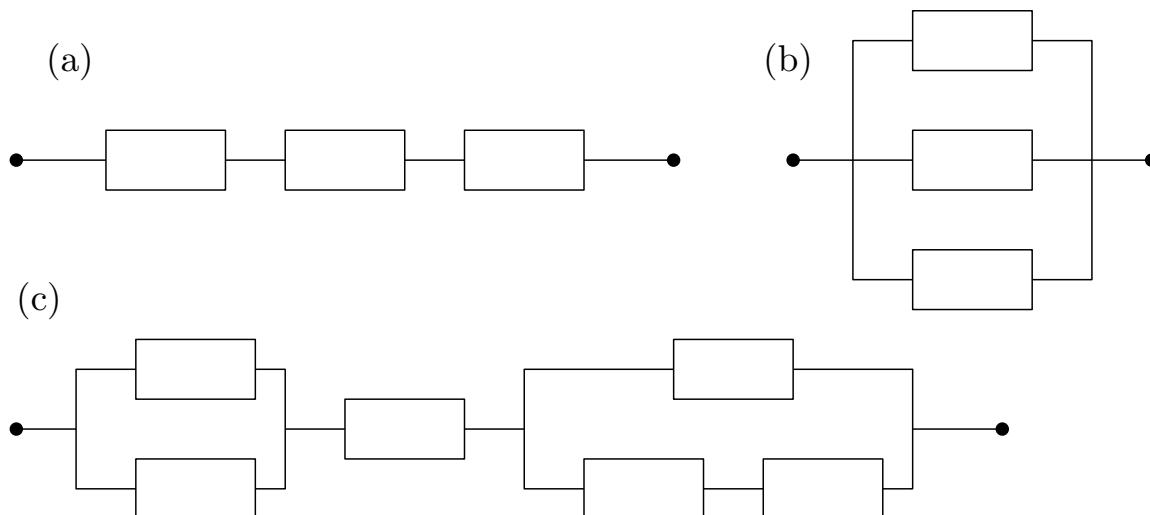
**Úloha 3.** Určete pravděpodobnost, že při hodu šesti hracími kostkami padnou na alespoň třech kostkách alespoň tři oka.

**Úloha 4.** Házíme kostkou, při šestce házíme znovu. Jaká je pravděpodobnost, že hodíme nejvýše třikrát? Jak vypadá pravděpodobnostní prostor?

**Úloha 5.** V koši je 10 červených a 20 modrých balónků. Náhodně jich vybereme 7.

- Jaká je pravděpodobnost, že budou vybrány právě 3 červené?
- Jak se změní odpověď, pokud vytahujeme 7 balónků postupně a každý vytažený balónek do koše hned vrátíme?

**Úloha 6.** Každý obdélník na obrázku je součástka, která se může porouchat s pravděpodobností  $p$ . Přesněji řečeno porucha znamená, že skrz součástku neteče proud. Poruchy součástek jsou na sobě nezávislé. Jaká je pravděpodobnost, že stále poteče proud mezi dvěma puntíky?



**Úloha 7.** Hodíme korunou a dvoukorunou, na každé z nich padá panna s pravděpodobností  $p$ .

1. Jaká je pravděpodobnost, že na obou padne panna, pokud padla panna na koruně?
2. Jaká je pravděpodobnost, že na obou padne panna, pokud padla panna aspoň na jedné minci?

**Úloha 8.** Vězni A, B a C jsou odsouzeni k trestu smrti. Král náhodně vybral jednoho vězně, kterého následující den omilostní. Dozorce ví, jak král rozhodl, ale nemůže to ještě vězňům říct.

Vězeň A prosí dozorce, aby aspoň řekl jméno jednoho vězně, který bude popraven: „Pokud B bude omilostněn, řekni mi jméno vězně C, pokud C bude omilostněn, řekni mi jméno B, a pokud já budu omilostněn, náhodně vyber z jmen B a C.“

Dozorce souhlasí a sdělí jméno vězně B.

Vězeň A se raduje, protože věří, že pravděpodobnost, že bude popraven, klesla ze  $2/3$  na  $1/2$ . Raduje se A oprávněně?

(Pochlubí se tím vězni C, ale ten mu sdělí, že jeho šance na popravu zůstává neměnná. Zároveň se vězeň C raduje, protože věří, že jeho šance na popravu klesla na  $1/3$ . Raduje se C oprávněně?)