

Úlohy ke cvičení

Věta 1. *Graf je rovinný právě tehdy, když neobsahuje podrozdělení $K_{3,3}$ ani K_5 jako podgraf.*

Věta 2. *Je-li $G = (V, E)$ rovinný graf s alespoň 3 vrcholy, pak $|E| \leq 3|V| - 6$. Pokud navíc G neobsahuje trojúhelník jako podgraf, pak platí $|E| \leq 2|V| - 4$.*

Věta 3. *Buď $G = (V, E)$ souvislý rovinný graf a ať s označuje počet jeho stěn. Pak platí $|V| - |E| + s = 2$.*

Úloha 1. Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.

Úloha 2.

- Ukažte, že rovinný graf s $n \geq 3$ vrcholy má nejvýše $2n - 4$ stěn.
- Ukažte, že rovinný graf bez trojúhelníku má nejvýše $n - 2$ stěn.

Úloha 3. Dokažte, že odhad $|E| \leq 2|V| - 4$ pro rovinné grafy bez trojúhelníku je nejlepší možný.

Úloha 4. Nalezněte nějaký rovinný (multi)graf, který je izomorfní svému duálnímu (multi)grafu.

Úloha 5. Ukažte, že graf na obrázku není rovinný.

