

Úlohy ke cvičení

Definice 1. Graf se nazývá *strom*, pokud je souvislý a neobsahuje cyklus jako podgraf.

Kostra grafu je jeho podgraf na všech jeho vrcholech, který je stromem.

Úloha 1. Jak pomocí mocnění matice sousednosti určíme počet čtyřcyklů v grafu?

Úloha 2. Ukažte, že pro každý strom s n vrcholy existuje pořadí vrcholů $\{v_1, \dots, v_n\}$ takové, že pro každé $i > 1$ platí, že v_i má právě jednoho souseda v množině $\{v_1, \dots, v_{i-1}\}$.

Úloha 3. Mějme strom, který má $l > 0$ listů a i vnitřních vrcholů, přičemž každý vnitřní vrchol má stupeň 3. Dokažte, že vždy platí $l = i + 2$.

Úloha 4. Ukažte, že pro každou kostru K grafu G a hranu $e \in E_G \setminus E_K$ existují dvě hrany kostry e' a e'' takové, že jak $(K \setminus e') \cup e$ tak $(K \setminus e'') \cup e$ jsou opět kostry grafu G .

Úloha 5. Určete počet koster grafu $K_{2,n}$.