

## Úlohy ke cvičení

**Úloha 1.** Skupina 4 lidí prchá před příšerami a musí překonat lanový most. Po něm mohou jít pouze dva lidé současně. Zároveň už je tma a každý, kdo se pohybuje musí mít lucernu nebo být poblíž někoho s lucernou. K dispozici je však jen 1 lucerna. Člověk A ze skupiny potřebuje na zdolání mostu 1 minutu, člověk B 2 minuty, člověk C 5 minut a člověk D 10 minut. Víme také, že příšery se k mostu dostanou za 17 minut. Má naše skupina šanci včas zdolat most a přeríznout lana?

**Úloha 2.** Z knížky *Jak se jmenuje tato knížka* od Raymonda Smullyana. Hádanky z ostrova poctivců a padouchů. Padouch vždy lže a poctivec vždy mluví pravdu. Potkáte tři obyvatele A, B, C.

- Zeptáte se jich, jestli jsou padouši, nebo poctivci. A odpoví nezřetelně, tudíž nevíte, co řekl. Zeptáte se tedy B: „Co říkal A?“ B odpoví: „A říkal, že je padouch.“ V tomto okamžiku třetí, C, řekne: „Nevěřte B, ten lžel!“ Co jsou B a C?
- A řekne: „Já jsem padouch nebo B je poctivec.“ Co jsou A a B?
- A řekne: „Já jsem padouch, ale B ne.“ Co jsou A a B?
- A řekne: „B a C mají stejnou povahu.“ Nato se někdo zeptá C: „Mají A a B stejnou povahu?“ Co C odpoví?

**Úloha 3.** Zjistěte, které z následujících podmínek nejsou ekvivalentní podmínce  $A \subseteq B$ . Pokuste se ji upravit tak, aby ekvivalence platila a to pokud možno co nejmenším zásahem.

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| a) $A \setminus B = \emptyset$ | d) $\overline{A} \setminus B \subseteq \overline{B}$ |
| b) $A \cup B = B$              | e) $A \cap \overline{B} = \emptyset$                 |
| c) $A \cap B = A$              | f) $\overline{A} \subseteq \overline{B}$             |

**Úloha 4.** Zjistěte, které z následujících vztahů pro symetrickou diferenci  $\oplus$  definovanou  $A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$  platí a které neplatí.

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| a) $A \oplus B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$ | d) $A \oplus (B \oplus A) = A$ |
| b) $A \oplus B = B \oplus A$                                       | e) $A \oplus A = \emptyset$    |
| c) $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$                 | g) $A \oplus \emptyset = A$    |

**Úloha 5.** Určete maximální možný počet různých množin, které lze získat pomocí operací průniku a sjednocení a množinového rozdílu (a uzávorkování) ze tří počátečních množin.