

Úlohy ke cvičení

Definice 1 (Podmíněná pravděpodobnost). Pravděpodobnost jevu A ze předpokladu B je $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Definice 2. Jevy A, B se nazývají nezávislé, pokud $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Obecně jevy A_1, \dots, A_n se nazývají nezávislé, pokud pro každou množinu indexů $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ platí

$$P\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) = \prod_{i \in I} P(A_i).$$

Věta 3 (Bayesův vzorec).

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}.$$

Úloha 1. Určete pravděpodobnost, že při hodu šesti hracími kostkami padnou na alespoň třech kostkách alespoň tři oka.

Úloha 2. Jaká je pravděpodobnost, že v této třídě mají dva lidi narozeniny ve stejný den?

Úloha 3. Najděte příklad 3 jevů v nějakém pravděpodobnostním prostoru, z nichž každé dva jsou nezávislé, ale všechny tři nezávislé nejsou.

Úloha 4. Ukažte, že pokud jsou jevy A, B nezávislé, pak jsou i jevy \bar{A}, B nezávislé a jevy \bar{A}, \bar{B} nezávislé.

Úloha 5. Mějme dvě truhly. První obsahuje jednu zlatou a jednu stříbrnou minci, druhá obsahuje dvě zlaté mince. Vybrali jsme truhlu a vytáhli z ní minci, která je zlatá. Jaká je pravděpodobnost, že je i druhá mince ve vybrané truhle zlatá?

Úloha 6. Mějme nemoc, kterou trpí 1 % populace, a test na tuto nemoc, který má 5% chybovost v obou směrech. Jaká je pravděpodobnost, že trpím touto nemocí, pokud mi vyjde pozitivní test?