

## Úlohy ke cvičení

**Věta 1.** *Graf je rovinný právě tehdy, když neobsahuje podrozdělení  $K_{3,3}$  ani  $K_5$  jako podgraf.*

**Věta 2.** *Je-li  $G = (V, E)$  rovinný graf s alespoň 3 vrcholy, pak  $|E| \leq 3|V| - 6$ . Pokud navíc  $G$  neobsahuje trojúhelník jako podgraf, pak platí  $|E| \leq 2|V| - 4$ .*

**Věta 3.** *Bud'  $G = (V, E)$  rovinný graf a  $s$  označuje počet jeho stěn. Pak platí  $|V| - |E| + s = 2$ .*

**Úloha 1.** Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.

**Úloha 2.**

- Ukažte, že rovinný graf s  $n \geq 3$  vrcholy má nejvýše  $2n - 4$  stěn.
- Ukažte, že rovinný graf bez trojúhelníku má nejvýše  $n - 2$  stěn.

**Úloha 3.** Dokažte, že odhad  $|E| \leq 2|V| - 4$  pro rovinné grafy bez trojúhelníku je nejlepší možný.

**Úloha 4.** Nalezněte nějaký rovinný (multi)graf, který je izomorfní svému duálnímu (multi)grafu.

**Úloha 5.** Ukažte, že graf na obrázku není rovinný.

