

## Úlohy ke cvičení

**Definice 1** (Podmíněná pravděpodobnost). Pravděpodobnost jevu  $A$  ze předpokladu  $B$  je  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .

**Definice 2.** Jevy  $A, B$  se nazývají nezávislé, pokud  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ .

Obecně jevy  $A_1, \dots, A_n$  se nazývají nezávislé, pokud pro každou množinu indexů  $I \subseteq \{1, \dots, n\}$  platí

$$P\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) = \prod_{i \in I} P(A_i).$$

**Věta 3** (Bayesův vzorec).

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}.$$

**Úloha 1.** V zábavném pořadu *Let's Make a Deal* nabízel moderátor Monty Hall výhru pod následujícími pravidly: Výhra, automobil, je schovaná za jedněmi ze tří dveří. Za zbylými dvěma je cena útěchy, koza. Hráč nejprve na některé dveře ukáže. Moderátor, který ví, kde se skrývá výhra, otevře z ostatních dvou dveří ty, za kterými výhra není. V této situaci má hráč otevřít jedny ze zbylých dvou dveří, aby dostal, co se za nimi skrývá.

Je pro hráče výhodné změnit názor a otevřít jiné dveře, než na které původně ukázal?

**Úloha 2.** Určete pravděpodobnost, že při hodu šesti hracími kostkami padnou na alespoň třech kostkách alespoň tři oka.

**Úloha 3.** Jaká je pravděpodobnost, že v této třídě mají dva lidi narozeniny ve stejný den?

**Úloha 4.** Najděte příklad 3 jevů v nějakém pravděpodobnostním prostoru, z nichž každé dva jsou nezávislé, ale všechny tři nezávislé nejsou.

**Úloha 5.** Ukažte, že pokud jsou jevy  $A, B$  nezávislé, pak jsou i jevy  $\bar{A}, B$  nezávislé a jevy  $\bar{A}, \bar{B}$  nezávislé.

**Úloha 6.** Mějme dvě truhly. První obsahuje jednu zlatou a jednu stříbrnou minci, druhá obsahuje dvě zlaté mince. Vybrali jsme truhlu a vytáhli z ní minci, která je zlatá. Jaká je pravděpodobnost, že je i druhá mince ve vybrané truhle zlatá?

**Úloha 7.** Mějme nemoc, kterou trpí 1 % populace, a test na tuto nemoc, který má 5% chybovost v obou směrech. Jaká je pravděpodobnost, že trpím touto nemocí, pokud mi vyjde pozitivní test?