

Úlohy ke cvičení

Definice 1. Graf se nazývá *strom*, pokud je souvislý a neobsahuje cyklus jako podgraf.

Kostra grafu je jeho podgraf na všech jeho vrcholech, který je stromem.

Věta 2 (Cayleyho formule). *Pro každé $n \geq 2$ je počet stromů na n vrcholech roven n^{n-2} .*

Věta 3. *Graf je rovinný právě tehdy, když neobsahuje podrozdělení $K_{3,3}$ ani K_5 jako podgraf.*

Věta 4. *Je-li $G = (V, E)$ rovinný graf s alespoň 3 vrcholy, pak $|E| \leq 3|V| - 6$. Pokud navíc G neobsahuje trojúhelník jako podgraf, pak platí $|E| \leq 2|V| - 4$.*

Věta 5. *Bud' $G = (V, E)$ rovinný graf a s označuje počet jeho stěn. Pak platí $|V| - |E| + s = 2$.*

Úloha 1. Pomocí Cayleyho formule spočítejte počet koster grafu $K_n \setminus e$, tedy úplného grafu na n vrcholech bez jedné hrany.

Úloha 2. Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.

Úloha 3. Dokažte, že odhad $|E| \leq 2|V| - 4$ pro rovinné grafy bez trojúhelníku je nejlepší možný.

Úloha 4. Nalezněte nějaký rovinný (multi)graf, který je izomorfní svému duálnímu (multi)grafu.