

Úlohy ke cvičení

Věta 1 (Princip inkluze a exkluze). *Nechť A_1, \dots, A_n jsou konečné množiny. Pak platí*

$$\left| \bigcup_{k=1}^n A_k \right| = \sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|-1} \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right|.$$

Definice 2. Graf $G = (V, E)$ je dvojice, která sestává z množiny vrcholů V a z množiny hran $E \subseteq \binom{V}{2} := \{\{u, v\}; u, v \in V, u \neq v\}$.

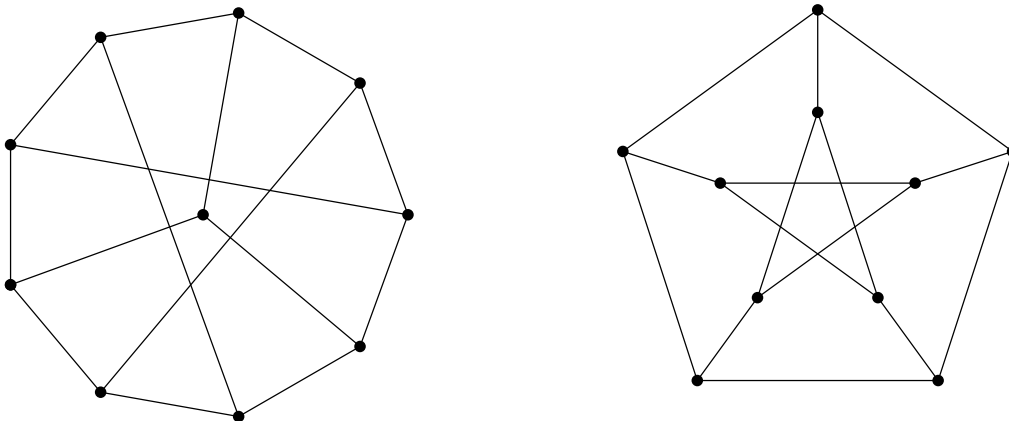
Definice 3. Graf $G = (V_G, E_G)$ je *izomorfní* grafu $H = (V_H, E_H)$, pokud existuje vzájemně jednoznačné zobrazení $f: V_G \rightarrow V_H$ takové, že $(u, v) \in E_G \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E_H$.

Definice 4. Buď $G = (V, E)$ graf, pak jeho doplněk je graf $G_0 = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$, neboli $\{u, v\}$ je hranou grafu G_0 právě tehdy, když není hranou grafu G .

Úloha 1. Určete počet surjektivních zobrazení z m -prvkové množiny na n -prvkovou množinu.

Můžeme na základě toho určit počet ekvivalencí na n -prvkové množině?

Úloha 2. Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku:



Úloha 3. Kolik existuje grafů na n vrcholech bez izolovaných vrcholů?

Pozn.: Vrchol je izolovaný, pokud nepatří do žádné hrany.

Úloha 4. Kolik existuje rozdělení do dvojic ve skupině $2n$ lidí?

Neboli kolik existuje perfektních párování v úplném grafu?

Úloha 5. Najděte nějaké grafy, které jsou izomorfní svým doplňkům.

Úloha 6. Najděte příklad dvou neizomorfních grafů (dvou stromů, stromu a grafu, co není strom) se stejným skóre.

Úloha 7. Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?