$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2}\,\sin(n!)}{n+1}$$

VĚTA O 2 STRÁŽNÍCÍCH

$$-1 \le \sin(n!) \le 1$$

$$\underset{\swarrow 0}{-\frac{\sqrt[3]{n^2}}{n+1}} \le \frac{\sqrt[3]{n^2}\,\sin(n!)}{n+1} \xrightarrow{\ \ } 0 \le \frac{\sqrt[3]{n^2}}{n+1} \to 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2}}{n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt[3]{n}}}{1+\frac{1}{n}} = \frac{0}{1+0} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+5} - \sqrt{n-1} \to 0$$

$$\frac{\sqrt{n+5} - \sqrt{n-1}}{1} \cdot \frac{\sqrt{n+5} + \sqrt{n-1}}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n-1}} = \frac{6}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n-1}} \to 0$$

MĚJME POSLOUPNOST (a_n) A 2 JEJÍ PODPOSLOUPNOSTI

$(a_{\sigma(n)}) \to A$ a $(a_{\theta(n)}) \to A$ $\quad (a_{\sigma(n)}) \cup (a_{\theta(n)}) = (a_n)$

CO MŮŽEME ŘÍCT O LIMITĚ (a_n)

$\forall \varepsilon\ \exists n_0;\ \forall n \ge n_0:\ a_{\sigma(n)} \in U(A,\varepsilon)$

$\&\ \exists n_0;\ \forall n \ge n_0:\ a_{\theta(n)} \in U(A,\varepsilon)$

VEZMEME $\sigma_0 = \max(\sigma(n_0), \theta(n_0))$

$\Rightarrow \forall \sigma \ge \sigma_0:\ a_\sigma \in U(A,\varepsilon)$

HROMADNÝ BOD JE LIMITA NĚJAKÉ PODPOSLOUPNOSTI

CO JSOU HROMADNÉ BODY

$a_1 = 1$, $a_n = \dfrac{1}{\text{„NEJMENŠÍ DĚLITEL } n \text{ VĚTŠÍ NEŽ } 1\text{"}}$

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{7}$

$\liminf = 0$

$\limsup = \frac{1}{2}$

1. VE JMENOVATELI POUZE PRVOČÍSLA $\mathbb{P}$

2. $\forall p \in \mathbb{P}$ MÁME PODPOSLOUPNOST DANOU $\sigma(n) = p^n$

$a_p, a_{p^2}, a_{p^3}, \dots$

$\ \ = \frac{1}{p}\ \ \ = \frac{1}{p}\ \ \ = \frac{1}{p} \to \frac{1}{p}$

3. MÁME ZÁROVEŇ PODPOSLOUPNOST

$a_{p_1}, a_{p_2}, a_{p_3}, \dots, \to 0$

p_i JSOU STANDARDNĚ USPOŘÁDANÁ PRVOČÍSLA

POSLOUPNOST, JEJÍŽ MNOŽINA HROMADNÝCH BODŮ JE $\mathbb{R}^*$

STAČÍ LIBOVOLNÉ SURJEKTIVNÍ ZOBRAZENÍ Z $\mathbb{N} \to \mathbb{Q}$

(NAPŘ. „ŠNEK" Z 2. CVIČENÍ)

ŘADY $\quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n$, KDE a_n JE POSLOUPNOST

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{m\to\infty} s_m$, KDE $s_m := \sum_{n=1}^{m} a_n$ JE POSL. ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ

ABY $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \in \mathbb{R}$, NUTNĚ $a_n \to 0$, NAOPAK TO NEPLATÍ $\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\right)$

H_n - ČÁSTEČNÉ SOUČTY HARMONICKÉ ŘADY

$H_n \sim \log(n)$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$s_m = \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$s_5 = \underbrace{1 - \frac{1}{2}} + \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} + \underbrace{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} + \underbrace{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}} = 1 - \frac{1}{6}$$

OBECNĚ $\quad s_m = 1 - \frac{1}{m+1} \to 1 - \frac{1}{\infty} = 1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1} = \infty$$

$$s_m = \sum_{n=1}^{m} \frac{n^2}{n^3+1} = \sum_{n=1}^{m} \frac{n^2}{n^2}\left(\frac{1}{n+\frac{1}{n^2}}\right) = \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n+\frac{1}{n^2}} \ge \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{2n} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n} =$$

$$= \frac{1}{2} H_m \to \infty$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+4}$ KONVERGUJE, PROTOŽE JE SHORA OMEZENÁ S A ČÁSTEČNÉ SOUČTY ROSTOU

$$\sum_{n=1}^{m} \frac{n^2}{n^5+4} = \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n^3+\frac{4}{n^2}} \le \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n^3} \to S \in \mathbb{R}$$