$\mathbb{N}$ ... PŘIROZENÁ ČÍSLA TZN. 1, 2, 3, ...

$\mathcal{P}(\mathbb{N})$ ... MNOŽINA VŠECH PODMNOŽIN $\mathbb{N}$

UKÁŽEME, ŽE $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ NENÍ SPOČETNÁ

PRO SPOR AŤ $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ JE SPOČETNÁ $\Rightarrow \exists f$ PROSTÉ $\mathcal{P}(\mathbb{N}) \to \mathbb{N}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A_1	$\underline{0}$	0	0	0	0	0	0	0	0	...
A_2	0	$\underline{1}$	1	0	1	0	0	0		...
A_3	1	0	$\underline{0}$	1	1	0	0	0		....

$\ddots$

$D := \{n \in \mathbb{N};\ n \in A_n\}$

$\bar{D} := \{n \in \mathbb{N};\ n \notin A_n\}$

KDYBY $\bar{D}$ BYLA A_k, PAK $k \in \bar{D} \Leftrightarrow k \notin \bar{D}$ ↯

$F(\mathbb{N})$:= MNOŽINA VŠECH KONEČNÝCH PODMNOŽIN $\mathbb{N}$

JE $F(\mathbb{N})$ SPOČETNÁ ?

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \ldots$

$\downarrow 2 \quad \downarrow 2^2 \quad \downarrow 2^3 \quad \downarrow 2^4 \quad \ldots$

$\{1,2\}, \{1,3\}, \ldots$

$\downarrow 3 \quad \downarrow 3^2$

2
3
5
7
⋮

P KONEČNÁ PODMNOŽINA

	1	2	3	4	5	....	i
P	0	1	1	0	0		1

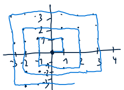
$\dashrightarrow$ SAMÉ 0

TO NÁM DÁ ZÁPIS $n \in \mathbb{N}$ VE DVOJKOVÉ SOUSTAVĚ NA NĚJ DANOU PODMNOŽINU ZOBRAZÍME.

$\mathbb{Z}$ JE SPOČETNÁ $\quad \mathbb{Z}$: 1, -1, 2, -2, 3, -3, ...

$\downarrow \mathbb{N}$: 1, 2, 3, 4

$\mathbb{Q}$ JE SPOČETNÁ $\quad q \in \mathbb{Q},\ \frac{a}{b} \to (a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

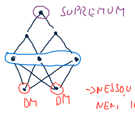


$(X, \preceq)$ ČUM $\qquad \preceq$ TRANZITIVNÍ, REFLEXIVNÍ, ANTISYMETRICKÉ

$M \subseteq X$, $a \in X$ JE HORNÍ MEZ M, POKUD $\forall m \in M: m \preceq a$

NEJMENŠÍ HORNÍ MEZ (POKUD EXISTUJE) SE NAZÝVÁ <u>SUPREMUM</u>

ANALOGICKY <u>INFIMUM</u>



$(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \subseteq)$

$\mathbb{N}$

$\{2,3\} \quad \{3,4\}$

$\{1\} \quad \{2\} \quad \{3\} \quad \{4\} \quad \{5\} \quad \ldots$

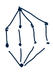
$\emptyset$

$M_1, M_2 \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$

CO JE $\sup(M_1, M_2)$? $\quad M_1 \cup M_2$

CO JE $\inf(M_1, M_2)$? $\quad M_1 \cap M_2$

$\{1,2,3\}, \{1,5,6\}$



OBECNĚ PRO DVA PRVKY A, B

SE $\sup(A,B)$ ZNAČÍ $A \vee B$ (SPOJENÍ)

$\inf(A,B)$ —"— $A \wedge B$ (PRŮSEK)

$T \vee F = T$

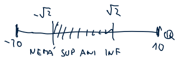
$T \wedge F = F$

NAJDĚTE PŘÍKLAD SPOČETNĚ LINEÁRNĚ USPOŘÁDANÉ MNOŽINY S NEJMENŠÍM A NEJVĚTŠÍM PRVKEM, VE KTERÉM $\exists$ PODMNOŽINA, KTERÁ NEMÁ SUP ANI INF.

$\underbrace{1, 2, 3, \ldots}_{\mathbb{N}}\ \boxed{\underbrace{\ldots -2, -1, 0, 1, 2 \ldots}_{\mathbb{Z}}}\ \underbrace{\ldots \ldots 5, 4, 3, 2, 1}_{\mathbb{N}}$ $\qquad -\infty \ldots \mathbb{R} \ldots \infty$

NEMÁ SUP ANI INF

$\{q \in \mathbb{Q};\ q^2 < 2\} \subseteq (\mathbb{Q}, \leq)$



$\left((-\pi, \pi) \cap \{\text{ALG. ČÍSLA}\}\right) \ \leq^{\mathbb{R}}$

$\subseteq$ ALG. ČÍSEL

POSLOUPNOST $a: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

– RELACE „BÝT PODPOSLOUPNOSTÍ" NENÍ ANTISYMETRICKÁ

$\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4\ \underline{5}\ 6\ \underline{7}\ 8\ .$

$a \quad 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ \ldots$

$\quad 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ \ldots$