

## Úlohy ke cvičení

**Věta 1** (Objem rotačního tělesa). *Mějme spojitou funkci  $f: [a, b] \rightarrow [0, \infty)$ . Potom objem tělesa, které vznikne rotací podgrafu funkce  $f$  kolem osy  $x$  je roven*

$$\pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

**Věta 2** (Povrch pláště rotačního tělesa). *Mějme spojitou funkci  $f: [a, b] \rightarrow [0, \infty)$ , která má na tomto intervalu také spojitou derivaci. Potom povrch pláště tělesa, které vznikne rotací grafu funkce  $f$  kolem osy  $x$  je roven*

$$2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

---

**Úloha 1.** Spočítejte objem a povrch koule o poloměru  $r$ .

**Úloha 2.** Uvedte příklad funkce  $f$ , která

- (a) má na intervalu  $[a, b]$  Riemannův integrál, ale nemá Newtonův integrál na  $(a, b)$ , neboli  $f \in \mathcal{R}[a, b] \setminus \mathcal{C}(a, b)$ ,
- (b) má na intervalu  $(a, b)$  Newtonův integrál, ale nemá Riemannův integrál na  $[a, b]$ , neboli  $f \in \mathcal{C}(a, b) \setminus \mathcal{R}[a, b]$ .

**Úloha 3.** Spočítejte

(a)  $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2}$

(c)  $\int_1^\infty \frac{\ln(x)}{x} dx$

(b)  $\int_0^\infty \cos(x) dx$

(d)  $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{4+x^2}$

**Úloha 4.** Určete hodnoty *gamma funkce* pro přirozená čísla. Tj.

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$$

pro  $z \in \mathbb{N}$ .