Úlohy ke cvičení

Definice 1. *Graf* $G = (V, E)$ je dvojice, která sestává z množiny *vrcholů* V a z množiny *hran* $E \subseteq \{\{u, v\}; u, v \in V, u \neq v\}$.

Definice 2. Graf $G = (V_G, E_G)$ je *izomorfní* grafu $H = (V_H, E_H)$, pokud existuje vzájemně jednoznačné zobrazení $f \colon V_G \to V_H$ takové, že $(u, v) \in E_G \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E_H$.

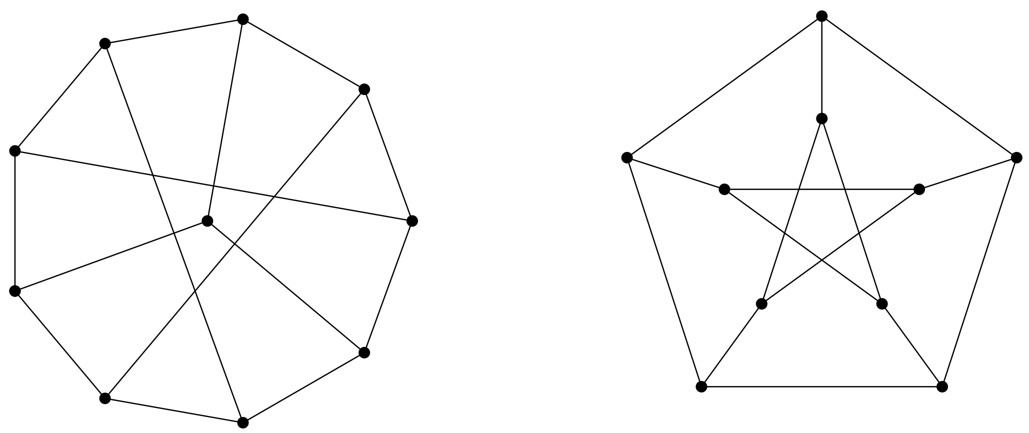
Definice 3. Graf se nazýva *bipartitní*, pokud můžeme rozdělit jeho vrcholy do dvou disjunktních množin tak, že mezi žádnými dvěma vrcholy ze stejné množiny nevede hrana.

Definice 4. Graf $G = (V_G, E_G)$ je

- *podgraf* grafu $H = (V_H, E_H)$, pokud $V_G \subseteq V_H$ a $E_G \subseteq V_H \cap \binom{V_G}{2}$.
- *indukovaný podgraf* $H = (V_H, E_H)$, pokud $V_G \subseteq V_H$ a $E_G = V_H \cap \binom{V_G}{2}$.

Úloha 1. Kolik existuje rozdělení do dvojic ve skupině $2n$ lidí. Úloha odpovídá počtu perfektních párování v úplném grafu na sudém počtu vrcholů.

Úloha 2. Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku:



Úloha 3. Najděte příklad grafu, který je izomorfní svému doplňku.

Úloha 4. Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

Úloha 5. Ukažte, že když G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.