

Úlohy ke cvičení

Věta 1 (Princip inkluze a exkluze). *Nechť A_1, \dots, A_n jsou konečné množiny. Pak platí*

$$\left| \bigcup_{k=1}^n A_k \right| = \sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|-1} \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right|.$$

Definice 2. *Graf $G = (V, E)$ je dvojice, která sestává z množiny vrcholů V a z množiny hran $E \subseteq \{\{u, v\}; u, v \in V, u \neq v\}$.*

Úloha 1. Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.

Úloha 2. Kolik existuje rozdělení do dvojic ve skupině $2n$ lidí.

Úloha 3. Určete počet grafů bez izolovaných vrcholů na n -prvkové množině.

Úloha 4. Dokažte, že platí následující odhady kombinačního čísla $\binom{2n}{n}$.

a) $\frac{4^n}{2n+1} \leq \binom{2n}{n} \leq 4^n$

b) $\prod_{\substack{n < p \leq 2n \\ p \text{ je prvočíslo}}} p \leq \binom{2n}{n}$