

Úlohy ke cvičení

Definice 1. Pro graf $G = (V, E)$ a přirozené číslo k nazveme zobrazení $b: V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ *obarvením grafu G pomocí k barev*, pokud pro každé dva vrcholy $u, v \in V$ platí $\{u, v\} \in E \implies b(u) \neq b(v)$. Barevnost grafu G , kterou značíme $\chi(G)$, je pak minimální počet barev potřebný k obarvení G .

Věta 2. Graf je rovinný právě tehdy, když neobsahuje podrozdělení $K_{3,3}$ ani K_5 jako podgraf.

Věta 3. Je-li $G = (V, E)$ rovinný graf s alespoň 3 vrcholy, pak $|E| \leq 3|V| - 6$. Pokud navíc G neobsahuje trojúhelník jako podgraf, pak platí $|E| \leq 2|V| - 4$.

Věta 4. Bud' $G = (V, E)$ rovinný graf a s označuje počet jeho stěn. Pak platí $|V| - |E| + s = 2$.

Úloha 1. Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.

Úloha 2. Dokažte, že odhad $|E| \leq 2|V| - 4$ pro rovinné grafy bez trojúhelníku je nejlepší možný.

Úloha 3. Nakreslete K_5 , K_6 na torus.

Úloha 4. Určete barevnost grafu na obrázku níže.

