## 3. domácí úkol (termín odevzdání je 2. 4. 2020)

**Úloha 1.** Rozhodněte, jaké implikace platí mezi následujícími výroky o posloupnosti $(a_n)$ a reálném čísle $a \in \mathbb{R}$:

- Posloupnost $(a_n)$ má vlastní limitu $a$.
- $\limsup a_n = \liminf a_n = a$.

[2 body]

**Úloha 2.** Pro posloupnost $(a_n)$, která nemá limitu, najděte její pokrytí nekonečně mnoha konvergentními podposloupnostmi, které konvergují ke stejné limitě $a$. Neboli podposloupnosti $(a_n^{(i)}) \subseteq (a_n)$ pro $i \in \mathbb{N}$ takové, že $\bigcup_{i\in\mathbb{N}}(a_n^{(i)}) = (a_n)$ a $\lim\limits_{n\to\infty} a_n^{(i)} = a$ pro každé $i \in \mathbb{N}$.

[2 body]

**Úloha 3.** Rozhodněte, zdali následující řady konvergují, nebo divergují.

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n n^2 + 15}$,
2. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+k)}$ pro $k \in \mathbb{Z}_0^+$.

[2 body]