

## Úlohy ke cvičení

**Věta 1.** Necht  $n$  je přirozené číslo a necht  $f$  je nerostoucí funkce na intervalu  $[1, n]$ . Potom platí

$$\sum_{k=2}^n f(k) \leq \int_1^n f \leq \sum_{k=1}^{n-1} f(k).$$

**Úloha 1.** Odhadněte součet řady  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  tak, aby rozdíl oproti skutečné hodnotě byl nejvýš  $\frac{1}{100}$ .

**Úloha 2.** Uvedte příklad funkce  $f$ , která

(a) má na intervalu  $[a, b]$  Riemannův integrál, ale nemá Newtonův integrál na  $(a, b)$ ,  
neboli  $f \in \mathcal{R}[a, b] \setminus \mathcal{C}(a, b)$ ,

(b) má na intervalu  $(a, b)$  Newtonův integrál, ale nemá Riemannův integrál na  $[a, b]$ ,  
neboli  $f \in \mathcal{C}(a, b) \setminus \mathcal{R}[a, b]$ .

**Úloha 3.** Spočítejte

(a)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

(c)  $\int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x} dx$

(b)  $\int_0^{\infty} \cos(x) dx$

(d)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}$