



Obrázek 1: Dvanáctistěn (vlevo), dvacetistěn (vpravo).

10. Domací úkol

Úloha 1: Spočítejte počet koster úplného bipartitního grafu $K_{m,n}$. [10 bodů]

Úloha 2: Kolika různými způsoby lze dvanáctistěnu vepsat krychli tak, aby všechny vrcholy krychle byly vybrané vrcholy dvanáctistěnu?

Kolika různými způsoby lze dvacetistěnu vepsat osmistěnu tak, aby všechny vrcholy osmistěnu byly vybrané vrcholy dvacetistěnu?

Zároveň pro krychli, resp. osmistěnu nemůžeme použít žádnou hranu dvanáctistěnu, resp. dvacetistěnu a ve výsledném obrázku nemůže dojít ke křížení hran.

Své odpovědi zdůvodněte, např. nakreslete obrázek. [4 body]

Úloha 3: *Obvodem* grafu (který obsahuje kružnici) rozumíme délku nejkratší kružnice v tomto grafu obsažené. Mějme rovinný graf G s rovinným nakreslením takovým, že každá stěna, včetně vnější, je ohraničena kružnicí (speciálně tedy G neobsahuje žádné vrcholy stupně 0 nebo 1, a naopak obsahuje alespoň jednu kružnici).

a) Dokažte, že pokud obvod G je alespoň 6, potom G obsahuje vrchol stupně 2. [5 bodů]

b) Nalezněte graf s obvodem 10 (nebo s co největším obvodem), který neobsahuje dva sousední vrcholy stupně 2. [5 bodů]