

## Úlohy ke cvičení

*Definice:* Graf  $G = (V, E)$  je dvojice, která sestává z množiny vrcholů  $V$  a z množiny hran  $E \subseteq \{\{u, v\}; u, v \in V, u \neq v\}$ .

*Definice:* Graf  $G = (V_G, E_G)$  je izomorfní grafu  $H = (V_H, E_H)$ , pokud existuje vzájemně jednoznačné zobrazení  $f: V_G \rightarrow V_H$  takové, že  $(u, v) \in E_G \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E_H$ .

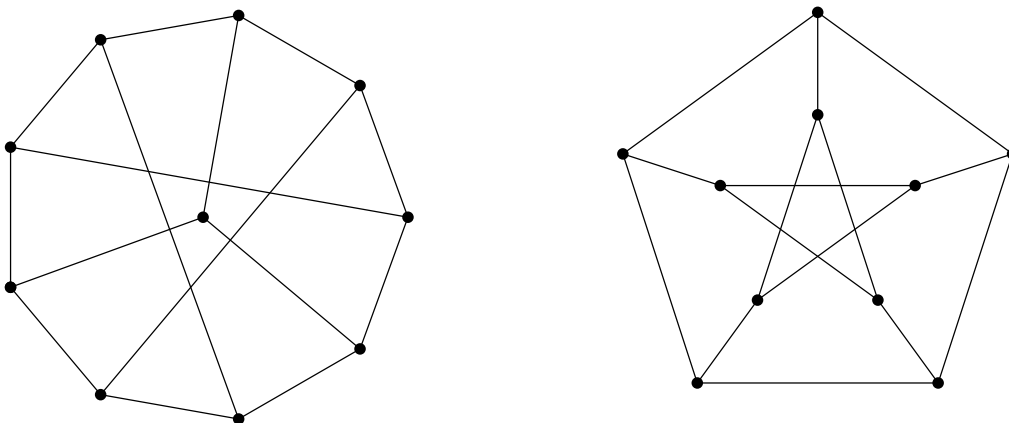
*Definice:* Graf se nazývá *bipartitní*, pokud můžeme rozdělit jeho vrcholy do dvou disjunktních množin tak, že mezi žádnými dvěma vrcholy ze stejné množiny nevede hrana.

*Definice:* Graf  $G = (V_G, E_G)$  je

- *podgraf* grafu  $H = (V_H, E_H)$ , pokud  $V_G \subseteq V_H$  a  $E_G \subseteq E_H \cap \binom{V_G}{2}$ .
- *indukovaný podgraf*  $H = (V_H, E_H)$ , pokud  $V_G \subseteq V_H$  a  $E_G = E_H \cap \binom{V_G}{2}$ .

*Úloha 1:* Dokažte, že dva grafy jsou izomorfní právě tehdy, když jsou izomorfní jejich doplňky.

*Úloha 2:* Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku:



*Úloha 3:* Najděte příklad grafu, který je izomorfní svému doplňku.

*Úloha 4:* Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

*Úloha 5:* Ukažte, že když  $G$  obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

*Úloha 6:* Najděte všechny grafy, které jako podgraf neobsahují

- a) cestu délky 2,
- b) cestu délky 3.