

Úlohy ke cvičení

Binomická věta: $(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$.

Princip inkluze a exkluze: Nechtě A_1, \dots, A_n jsou konečné množiny. Pak platí

$$\left| \bigcup_{k=1}^n A_k \right| = \sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|-1} \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right|.$$

Úloha 1: Z n předmětů vybíráme k . Do následující tabulky doplňte počty možných výběrů:

Výběry	Záleží na pořadí (variace)	Nezáleží na pořadí (kombinace)
bez opakování		
s opakováním		

Úloha 2: Kolik existuje permutací n -prvkové množiny s jedním cyklem?

Úloha 3: Dokažte výpočtem i kombinatorickou úvahou:

- a) $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$
- b) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$
- c) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$
- d) $\sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r}$
- e) $\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$

Úloha 4: Sečtěte:

- a) $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$
- b) $\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$
- c) $\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{4n}{2k}$

Úloha 5: Určete počet surjektivních zobrazení z m -prvkové množiny na n -prvkovou množinu.