

Úlohy ke cvičení

Definice: Graf $G = (V, E)$ je dvojice, která sestává z množiny vrcholů V a z množiny hran $E \subseteq \{\{u, v\}; u, v \in V, u \neq v\}$.

Definice: Graf $G = (V_G, E_G)$ je izomorfní grafu $H = (V_H, E_H)$, pokud existuje vzájemně jednoznačné zobrazení $f: V_G \rightarrow V_H$ takové, že $(u, v) \in E_G \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E_H$.

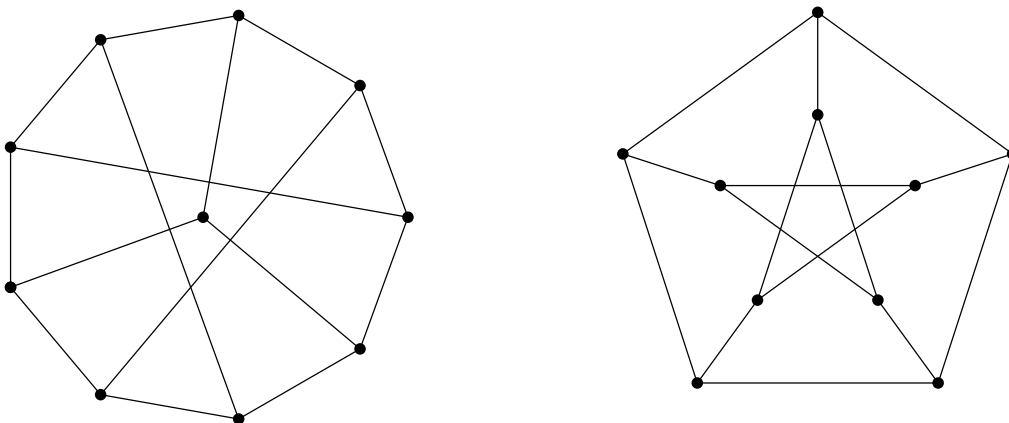
Definice: Graf se nazývá *bipartitní*, pokud můžeme rozdělit jeho vrcholy do dvou disjunktních množin tak, že mezi žádnými dvěma vrcholy ze stejné množiny nevede hrana.

Definice: Graf $G = (V_G, E_G)$ je

- *podgraf* grafu $H = (V_H, E_H)$, pokud $V_G \subseteq V_H$ a $E_G \subseteq E_H \cap (V_G \times V_G)$.
- *indukovaný podgraf* $H = (V_H, E_H)$, pokud $V_G \subseteq V_H$ a $E_G = E_H \cap (V_G \times V_G)$.

Úloha 1: Dokažte, že dva grafy jsou izomorfní právě tehdy, když jsou izomorfní jejich doplňky.

Úloha 2: Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku:



Úloha 3: Najděte příklad grafu, který je izomorfní svému doplňku.

Úloha 4: Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

Úloha 5: Ukažte, že když G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

Úloha 6: Najděte všechny grafy, které jako podgraf neobsahují

- a) cestu délky 2,
- b) cestu délky 3.