Úlohy ke cvičení

Binomická věta: $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$.

Princip inkluze a exkluze: Nechť $A_1, \dots A_n$ jsou konečné množiny. Pak platí

$$\left| \bigcup_{k=1}^{n} A_k \right| = \sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1,\dots,n\}} (-1)^{|I|-1} \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right|.$$

Úloha 1: Z n předmětů vybíráme k. Do následující tabulky doplňte počty možných výběrů:

Výběry	Záleží na pořadí (variace)	Nezáleží na pořadí (kombinace)
bez opakování		
s opakováním		

Úloha 2: Kolik existuje permutací n-prvkové množiny s jedním cyklem?

Úloha 3: Dokažte výpočtem i kombinatorickou úvahou:

a) $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$

b) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

c) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$

d) $\sum_{k=0}^{r} \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r}$

e) $\sum_{k=r}^{n} \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$

Úloha 4: Sečtěte:

a) $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k}$

b) $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k}$

c) $\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{4n}{2k}$

Úloha 5: Určete počet surjektivních zobrazení z m-prvkové množiny na n-prvkovou množinu.