

Úlohy ke cvičení

Definice: Graf se nazývá *strom*, pokud je souvislý a neobsahuje cyklus jako podgraf.

Kostra grafu je jeho podgraf na všech jeho vrcholech, který je stromem.

Věta: Pro každé $n \geq 2$ je počet koster grafu K_n roven n^{n-2} .

Definice: Pro graf $G = (V, E)$ a přirozené číslo k nazveme zobrazení $b: V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ *obarvením grafu G pomocí k barev*, pokud pro každé dva vrcholy $u, v \in V$ platí $\{u, v\} \in E \implies b(u) \neq b(v)$. Barevnost grafu G , kterou značíme $\chi(G)$, je pak minimální počet barev potřebný k obarvení G .

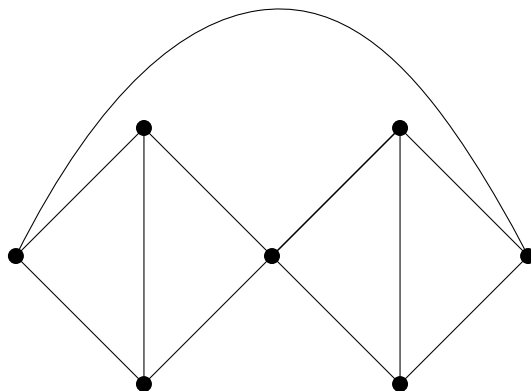
Definice: Buď $G(V, E)$ graf a $e = \{u, v\} \in E$ jeho hrana. Pak je graf vzniklý *kontrakcí hrany e* definován následovně. Množina vrcholů je rovna $V \setminus \{u, v\} \cup \{w\}$, množinu hran získáme z E odebráním všech hran, které obsahují u nebo v , a všechny sousedy u, v spojíme s novým vrcholem w .

Graf H se nazývá *minor* grafu G , pokud lze získat z G posloupností následujících operací: smazání hrany, smazání vrcholu a kontrakce hrany.

Definice: Graf se nazývá *bipartitní*, pokud můžeme rozdělit jeho vrcholy do dvou disjunktních množin tak, že mezi žádnými dvěma vrcholy ze stejné množiny nevede hrana.

Úloha 1: Určete počet koster úplného grafu bez jedné hrany.

Úloha 2: Určete barevnost grafu na obrázku níže.



Úloha 3: Ukažte, že pokud graf neobsahuje lichý cyklus, pak je bipartitní.