3. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍHO PROGRAMOVÁNÍ

Maticové hry a další celočíselné programy

PŘÍKLAD PRVNÍ Formulujte jako úlohu lineárního programování hledání optimální strategie pro hru kámen, nůžky, papír, t.j. hru dvou hráčů s nulovým součtem (výhra jednoho hráče = prohra druhého hráče) a výplatní maticí:

	kámen	nůžky	papír
kámen	0	1	−1
nůžky	−1	0	1
papír	1	−1	0

Jak se změní naše strategie a očekávaná výhra, pokud se výplata prvního hráče ve stavu (kámen, nůžky) zvýší na 2?

PŘÍKLAD DRUHÝ Student Josef K. dostal na cvičení z Optimalizace zadaný úkol:

Navrhněte celočíselný program pro problém obchodního cestujícího, čili pro daný ohodnocený graf $G = (V, E, f)$*, kde* $f\colon E \to \mathbb{R}_0^+$*, chceme najít Hamiltonovskou kružnici s nejkratší délkou.*

Josef K. navrhuje následující řešení:

„Pro každou hranu $e \in E$ máme proměnnou $x_e \in \{0, 1\}$, účelová funkce je $\min \sum_{e\in E} f(e)x_e$ a pro každý vrchol $u \in V$ máme podmínku $\sum_{e\in E:\, u\in e} x_e = 2$.“

Funguje řešení Josefa K.? Pokud ano, zdůvodněte, pokud ne, zdůvodněte a ještě vymyslete lepší.

PŘÍKLAD TŘETÍ Kocourkovští radní se rozhodli, že přilepší obecnímu rozpočtu pomocí automatizovaného systému kontroly dodržování maximální povolené rychlosti na městských komunikacích. Měřící systém bude instalován na křižovatkách. Pro jeho správnou funkčnost je třeba aby každý úsek ulice mezi dvěma křižovatkami měl alespoň jednu z koncových křižovatek pokrytou. Dodavatel si účtuje fixní poplatek za každou křižovatku, na kterou bude systém nainstalován.

Zformulujte celočíselný lineární program, který umožní Kocourkovským radním optimálně naplánovat rozmístění měřícího systému.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Díky navýšení městského rozpočtu plánují Kocourkovští radní tento víkend uspořádat festival představující volnočasové aktivity dostupné občanům (spolek dobrovolných hasičů, městská dechová hudba, vodácký oddíl, ...). Kvůli pestrosti festivalu chtějí radní, aby probíhalo co nejvíce akcí zároveň. Musí se ale vypořádat s tím, že Kocourkovští jsou velice aktivní. Mnozí organizátoři jsou důležití pro několik jednotlivých akcí a ty proto nemůžou proběhnout naráz. Radní dostali seznamy organizátorů jednotlivých akcí a vědí tedy, které akce jsou spolu v konfliktu.

Zformulujte celočíselný lineární program pro naplánování co nejnabitějšího festivalu.