

Úlohy ke cvičení

Věta: Je-li $G = (V, E)$ rovinný graf s alespoň 3 vrcholy, pak $|E| \leq 3|V| - 6$. Pokud navíc G neobsahuje trojúhelník jako podgraf, pak platí $|E| \leq 2|V| - 4$.

Věta: Buď G rovinný graf s v vrcholy, h hranami a s stěnami. Pak $v - h + s = 2$.

Úloha 1: Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.

Úloha 2: Nakreslete K_5 , K_6 na torus.

Úloha 3: Dokažte, že $\chi(G) \leq 1 + \max\{\deg(v); v \in V\}$.

Úloha 4: Existuje kubický (tj. 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- a) právě 12 šestiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- b) právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- c) jednu dvacetiúhelníkovou stěnu a deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

Úloha 5: Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupně, pak je barevnost jeho duálu rovna dvěma.

Úloha 6: Ukažte, že neexistuje eulerovský rovinný graf jehož stěny by tvořil jeden pěticykus a samé trojúhelníky.

Úloha 7: Dokažte větu o čtyřech barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.