- Model připomenuch

$\forall i \in N \, \forall S \subseteq M \; \exists \underbrace{v_i(S)}_{\text{valuace}} \geq 0$

$N = \{1, \dots, n\}$
$M = \{1, \dots, m\}$

- Předpokládáme aditivní valuace

$$v_i(S) = \sum_{j \in S} v_i(j)$$

- Řešíme IMMS a vztah s MMS

- MMS: $\forall i \in N : v_i(A_i) \geq \max_{P=(P_1, \dots, P_n) \in \Pi(M)} \min_{j \in N} v_i(P_j)$

$\Pi(M)$ ... množina všech rozdělení M, tj. $\bigcup_{i \in N} P_i = M$, $P_i \cap P_j = \emptyset, i \neq j$

$\boxed{\text{INTUICE za MMS}}$: Hráč i rozdělí objekty do n skupin tak, aby nejmenší skupina byla co největší

IMMS: $\forall i \in N : v_i(A_i) \geq \max_{P=(P_1, \dots, P_n) \in \Omega(M)} \min_{j \in N} v_i(P_j)$

$\Omega(M)$ jsou rozdělení M takoví, že $\forall a \in P_j \, \forall b \in P_i, j < i$:
$v_k(a) \geq v_k(b)$

- Jaké největší α lze použít ve vztahu $IMMS \geq \alpha MMS$, aby byl pravda pro všechny instance?

- Otázku ohledně α můžeme řešit v závislosti na n
- Ukázali jsme si Greedy partition (GP). Tj. algoritmus, který rozdělí M na N částí:

Mějme $q < IMMS$ a objekty $a_1,\dots,a_m$: $v(a_1) \geq v(a_2) \geq \dots \geq v(a_m)$

Pak GP postupuje následovně: rozdělí M do n částí $I_1,\dots,I_n$ tak, že platí:

$I_1 = \{a_1,\dots,a_{k_1}\}$, $I_2 = \{a_{k_1+1},\dots,a_{k_2}\}$, $I_{s+1} = \{a_{k_s+1},\dots,a_{k_{s+1}}\}$, $I_n = \{a_{k_{n-1}+1},\dots,a_m\}$

a zároveň $\forall j \in \{0,\dots,n-1\}: \sum_{i=k_j+1}^{k_{(j+1)}} v(a_i) \geq q \wedge \sum_{i=k_j+1}^{k_{(j+1)}-1} v(a_i) < q$

kde: $k_n = m \wedge k_0 = 0$

Ukázali jsme, že podle velikosti $|I_j| = k$ můžeme určit hodnotu nejmenšího objektu:

$\boxed{V1}$ $v(a_{k_j}) < \frac{1}{k-1} q$ a zároveň

$$\sum_{a \in I_j} v(a) < \frac{k}{k-1} q$$

- Z V1 jsme ukázali, že min α pro $n=2$ se rovná $\boxed{\frac{2}{3}}$

tedy pro $n=2$

$$\frac{IMMS}{MMS} \geq \frac{2}{3}$$

PŘÍŠTĚ:

- Ukážeme si meze pro α:
- na základě velikosti $I_1, I_2, \ldots, I_n$ v GP
- $$\frac{IMMS}{MMS} \geq \frac{7}{4}$$

- Cíl bude dostat se k hypotéze o α, pro kterou $\alpha > \frac{7}{4}$.