Doporučovací systémy a SHAPLEYHO hodnota

- Představili jsme si doporučovací systémy (DS) a řešili formálně herně teoretický model DS

MODEL

- Hráči (Content providers) .... $\{1, \dots, N\} = [N]$
- Uživatelé (Users) .... $\{1, \dots, n\} = [n]$
- $\mathcal{M}$ .... mediator (Způsob, kterým se ostupu dostaneme doporučení)
- objekty k doporučení i-tého hráče : L_i

  Celkem $\mathcal{L} = \bigcup_{i \in [N]} L_i$ je
- Spokojenost uživatele s objektem $l \in \mathcal{L}$ je $\sigma_i(l)$
- $\mathbb{X} = (X_1, \dots, X_N)$ je strategie hráčů z $[N]$

  tedy $X_i \in L_i$, $\underbrace{|X_i| = 1}$

  (lze zobecnit na $|X_i| = k$)
- $P(\mathcal{M}(\mathbb{X}, a_i) = j)$ je pravděpodobnost, že i-tému uživateli je doporučený objekt hráče j při strategii $\mathbb{X}$

- Model jsme si představili na příkladu z článku

- Ukázali jsme si tak podmínky pro $\mathcal{M}$, které by vynutily rozumné chování hráčů a vůči uživatelům

PODMÍNKY JSOU:

- (S) stabilita: v rámci (doporučovací) nekooperativní hry se strategiemi X existuje čisté Nashovo ekvilibrium
- (F) férovost:
  1. $\sigma_i(X_j)=0 \Rightarrow P(\mathcal{M}(X,u_i)=j)=0$
  2. $\sigma_i(X_j)=\sigma_i(X_m) \Rightarrow P(\mathcal{M}(X,u_i)=j) = P(\mathcal{M}(X,u_i)=m)$
  3. $P(\mathcal{M}(X,u_i)=j$, kde množina uživatelů je $[n])$ $=$ $P(\mathcal{M}(X,u_i)=j$, kde množina uživatelů je $[n+1])$
  4. když $j \in \arg\max_{j' \in [N]} \sigma_i(X_{j'})$ a $m \notin$ — || — tak $P(\mathcal{M}(X,u_i)=j) > P(\mathcal{M}(X,u_i)=m)$
- (C) kompletnost: $\sum_{j=1}^{N} P(\mathcal{M}(X,u_i)=j)=1$

$\boxed{\text{Věta}}$ Žádný $\mathcal{M}$ nesplňuje F, S i C.

- Ukázali jsme si v příkladu TOP mediator, který splňuje (C) a (F), ale tedy ne (S).

- Definovali jsme pak Shapleyho mediator SM tak, že splňuje (F) a (S):

  Definujeme kooperativní hru $([N], v_{u_i})$, kde $[N]$ je množina hráčů a v_{u_i} je definována tímto způsobem: $v_{u_i}(S) = \tilde{\sigma}_i(X_S)$, pro $S \subseteq [N]$

  kde $X_S = X|_S$ je strategie zúžené na S a $\tilde{\sigma}_i(X_S) = \max_{j \in S} \tilde{\sigma}_i(X_j)$

Nyní definujeme SM jako Shapleyho hodnota těchto her

$$\phi_j(v_{u_i}(\cdot, X), [N]) = P(\mathcal{M}(X, u_i) = j)$$

- Zmínili jsme si odůvodnění platnosti (F) pro SM
- Dále jsme si řekli o dobré implementaci bez nutnosti počítat hodnoty přes kooperativní hru, implementace $O(N)$