Anotace

- Dynamické programování,
- diskrétní simulace.

Problémy, které byly

- Přednášející jde tentokrát do F2,
- počet platných uzávorkování pomocí n párů závorek,
- počet rozkladů přirozeného čísla na součet nerostoucích kladných celých čísel,
- Pascalův trojúhelník,
- nejdelší rostoucí podposloupnost,
- pořadí násobení matic,
- problém batohu.

Pascalův trojúhelník

- Obsahuje kombinační čísla,
- n-tý řádek konkrétně obsahuje hodnoty $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \ldots, \binom{n}{n}$,
- při výpočtu využíváme toho, že $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$,
- pro jednoduchost chceme spočítat jen číslo $\binom{n}{k}$.

Pascalův trojúhelník rekurzívní řešení

- Získali jsme rekurenci $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$,
- z této snadno sestrojíme rekurzívní program:

```
function kombin(n,k:integer):longint;
begin
      if (k=0) or (k=n) then kombin:=1;
      else  kombin:=kombin(n-1,k-1)+kombin(n-1,k);
end;
begin
      kombin(100,50);
end.
```

Mále stejný problém, pořád počítáme to samé mockrát.
Opět přidáme cache na výsledky.

Pascalův trojúhelník

```
const MAX=100;
var cache:array[0..MAX,0..MAX] of longint;
function kom(n,k:integer):longint;
begin
    if cache[n,k]=0 then
    begin if (k=0) or (k=n) then cache[n,k]:=1
       else cache[n,k]:=kom(n-1,k-1)+kom(n-1,k);
    end;
    kom:=cache[n,k];
end;
var n,k:integer;
begin
    read(n,k);
    writeln(kom(n,k));
end
```

Násobení matic

- Násobení matic není komutativní, ale je asociativní.
- Máme-li vynásobit několik matic, nemůžeme jejich pořadí měnit,
- můžeme součin všelijak závorkovat.
- Různá uzávorkování jsou různě výhodná.
- Které z nich je to nejvýhodnější?
- Předpokládáme, že máme abstraktní funkce zjistící ze zadaných rozměrů složitost součinu matic správných tvarů.

Násobení matic

- Některé násobení provedeme jako poslední.
- To úlohu rozdělí na (nejvýše) dvě další instance.
- V každé (menší) instanci opět nějaké násobení provedeme jako poslední.
- Ideální podhoubí pro rekurzi!

Násobení matic

- function slozitost(od,az_do:integer):longint;
- for i:=od to az_do-1 do begin
- slozitost:=slozitost(od,i)+
  slozitost(i+1,az_do)+samotne_nasobeni;

Opět budeme zbytečně násobit stále to samé.
Opět se toho zbavíme stejně.

Násobení matic

- function slozitost(od,az_do:integer):longint;
- if cache[od,az_do]=0 then
- for i:=od to az_do-1
- cache[od,az_do]:=slozitost(od,i)+ slozitost(i+1,az_do)+samotne_nasobeni;
- slozitost:=cache[od,az_do];

Metoda

- Všechny tyto problémy jsme řešili stejně:
- Navrhli jsme rekurzívní algoritmus,
- ten počítal často to samé, proto jsme mu doplnili cache.
- Pokud se podíváme pořádně, na správném místě cache najdeme výsledek.
- Potřebujeme tam tedy tu rekurzi?
- Ne a můžeme se jí zbavit za předpokladu, že zjistíme, jak vyplňovat cache, tedy tabulku.
- Tomu říkáme dynamické programování.

Odstranění rekurze

- Přednášející jde do posluchárny:

```
a[1]:=1;
a[2]:=2;
for i:=3 to n do a[i]:=a[i-1]+a[i-2];
```

- Pascalův trojúhelník:

```
for i:=0 to n do
      for j:=0 to i do
            p(i,j):=p(i-1,j-1)+p(i-1,j);
```

  a okrajové případy zvlášť!

- Závorkování: Cvičení

Násobení matic – poučení

- Tomuto říkáme *dynamické programování.*
- Zpravidla implementujeme pouze fázi vyplňování tabulky.
- Na tom je nepříjemné určovat, odkud vyplňování zahájit.
- Není tudíž špatné navrhnout si aspoň na počátku rekurzívní řešení a až pak rekurzi "rozbít":
- `cache[od,az_do]:=min{cache[od,i]+cache[i,az_do]+ samotne_nasobeni}`
- což stačí udělat cyklem.