Anotace

- Quicksort,
- jednotky (tvorba a využití),
- medián v lineárním čase.

Quicksort – třídění za pomoci rekurze – idea:

- Pokud třídíme jedno číslo, nic nedělej (posloupnost je setříděna),
  tedy vrať posloupnost tak, jak jsme ji dostali.
- V poli POLE vyber jeden prvek (dále pivot).
- Rozděl POLE na pole A obsahující prvky menší než pivot
- a na pole B obsahující prvky větší nebo rovné pivotu.
- Pomocí sebe sama setřiď pole A,
- pomocí sebe sama setřiď pole B,
- Vypiš: pole A, pivot, pole B.

Quicksort

Implementace je na webu.

Quicksort – analýza složitosti

- V nejhorším případě: $\Theta(n^2)$.
- V nejlepším případě: $\Theta(n \log n)$.
- V průměrném případě: $\Theta(n \log n)$.

Quicksort – varianty a složitosti

- Randomizovaný quicksort: Pivotem volíme náhodný prvek,

Quicksort – varianty a složitosti

- Randomizovaný quicksort: Pivotem volíme náhodný prvek,
- složitost v průměrném případě $\Theta(n \log n)$.

Quicksort – varianty a složitosti

- Randomizovaný quicksort: Pivotem volíme náhodný prvek,
- složitost v průměrném případě $\Theta(n \log n)$.
- Analýza se opírá o netriviální (i když známá) tvrzení teorie pravděpodobnosti.

Quicksort – přirozené otázky?

- Na čem závisí složitost?

Quicksort – přirozené otázky?

- Na čem závisí složitost?
- Jak volbu pivota ovlivnit?

Quicksort – přirozené otázky?

- Na čem závisí složitost?
- Jak volbu pivota ovlivnit?
- Lze volit pivot tak, aby quicksort provedl vždy jen $O(\log n)$ "fází"?

Quicksort – přirozené otázky?

- Na čem závisí složitost?
- Jak volbu pivota ovlivnit?
- Lze volit pivot tak, aby quicksort provedl vždy jen $O(\log n)$ "fází"?
- Mediánem nazveme takový prvek, že alespoň polovina prvků je alespoň taková jako on a alespoň polovina nejvýše taková.

Quicksort – ponaučení – metoda rozděl a panuj

- Rozdělenému nepříteli se lépe vládne.

Quicksort – ponaučení – metoda rozděl a panuj

- Rozdělenému nepříteli se lépe vládne.
- Rozděl a panuj rozdělí instanci na přesně definované menší instance,

Quicksort – ponaučení – metoda rozděl a panuj

- Rozdělenému nepříteli se lépe vládne.
- Rozděl a panuj rozdělí instanci na přesně definované menší instance,
- vyřeší každou zvlášť a z jejich řešení zjistí řešení původní instance.

Quicksort – ponaučení – metoda rozděl a panuj

- Rozdělenému nepříteli se lépe vládne.
- Rozděl a panuj rozdělí instanci na přesně definované menší instance,
- vyřeší každou zvlášť a z jejich řešení zjistí řešení původní instance.
- Příklady: Řízení podniku (ředitel leteckých závodů zpravidla neřeší, jak přinýtovat zadní část křídla),

Quicksort – ponaučení – metoda rozděl a panuj

- Rozdělenému nepříteli se lépe vládne.
- Rozděl a panuj rozdělí instanci na přesně definované menší instance,
- vyřeší každou zvlášť a z jejich řešení zjistí řešení původní instance.
- Příklady: Řízení podniku (ředitel leteckých závodů zpravidla neřeší, jak přinýtovat zadní část křídla),
- Příklady (algoritmické): Quicksort, binární vyhledávání.

Jednotky – oddělený překlad

- Občas máme obecně využitelné funkce, které chceme používat v různých programech současně.
- Buďto je můžeme okopírovat mezi zdrojovými soubory (špatný nápad)
- nebo je dáme do zvláštního souboru, který budeme kompilovat zvlášť
- Tomu (druhému) řešení říkáme jednotky.

Jednotky – výhody a nevýhody

- Kód se rozlézá ve více souborech,
- jeden kód nemusíme psát vícekrát, chceme-li jej sdílet ve více programech.

Jednotky – syntax a sémantika

- Místo slovem `program` zahájíme soubor slovem `unit`,
- opět následuje jméno jednotky a tentokrát už se kontroluje!
- Jednotka má `interface` (popis, co je vidět zvenku)
- a část implementační (zahájenou slovem `implementation`).

Jednotky – interface

- Interface popisuje, co z jednotky je "vidět".
- V části interface jsou:
- definice proměnných (viditelných zvenku),
- prototypy funkcí a procedur (rovněž viditelných zvenku),
- prototypem rozumíme hlavičku funkce ("první řádek").

Jednotky – impelementace

- To, co nemá být vidět zvenku, tedy:
- Samotné definice funkcí,
- definice proměnných, které nemají být vidět zvenku,
- definice pomocných funkcí (které nemají být vidět zvenku).
- Jednotku ukončíme `end.` (!)

Jednotky – příklad

```
unit trideni;
interface
      type po=array[0..9] of integer;
      procedure bublej(var pole:array of integer);
      procedure vytrid(var a:po);
      procedure zatridovani(var a:po);
      procedure quicksort(var pole:array of
integer;kolik:integer);
      procedure vypis(a:array of integer);
```

Jednotky – příklad (pokr.)

```
...
implementation
      var zatrideno:integer;
      procedure bublej(var pole:array of integer);
      ...
      function najdi_min(var a:po):integer;
      {Pozor, funkci najdi_min neni zvenku videt!}
      ...
      procedure vytrid(var a:po):integer;
      ...
      ...
end.
```

Použití jednotky

- Chceme-li jednotku použít, oznámíme to pomocí klíčového slova `uses`, před názvem dotyčné jednotky:
- Příklad: `uses trideni;`

Použití jednotky – příklad

```
program trid;
uses trideni;
var p:array [0..9] of integer;
i:integer;
begin
for i:=0 to 9 do
read(p[i]);
quicksort(p,10);
vypis(p);
end.
```

Standardní jednotky

Turbo Pascal je vybaven několika standardními jednotkami:

- crt,
- dos,
- graph,
- printer,
- ...

Jednotky se mohou lišit pro různé překladače!

Jednotka `crt`

- Jednotka pro práci s obrazovkou a klávesnicí (barvy, zvuky)
- Proměnné: `LastMode` (údaj o posledním textovém módu před přechodem do grafiky),
- `TextAttr` (aktuální atribut zobrazení ovládaný pomocí `TextBackground` a `TextColor`),
- Procedura `TextBackground` nastaví barvu pozadí, proc. `TextColor` nastaví barvu popředí,
- funkce `keypressed` (vrací `boolean` a říká, zda byla stisknuta klávesa), `clrscr` (smaže obrazovku).

Jednotky `dos`, `graph` a `printer`

- Jednotka `dos` slouží především k práci se soubory, adresáři, disky...
- Jednotka `graph` slouží k práci s grafikou (`InitGraph`, `CloseGraph`, `GraphResult`, `SetColor`, `GetColor`...).
- Jednotka `Printer` slouží k tisku.
- Všechny tyto jednotky obsahují mnoho funkcí, které si nastudujete v případě potřeby.

Podivný příklad:

Ukazoval jsem několikrát program obsahující:

```
program nic;
uses crt;
...
begin
... repeat until keypressed;
end.
```

Co to bylo?

Podivný příklad:

Ukazoval jsem několikrát program obsahující:

```
program nic;
uses crt;
...
begin
... repeat until keypressed;
end.
```

Co to bylo?

Použití jednotky `crt`, resp. její funkce `keypressed`.

Direktiva `forward`

- Občas nám mezi dvěma funkcemi vznikne vzájemná závislost:
- Jedna funkce volá druhou a druhá funkce volá funkci první.
- Překladač Pascalu se začne bouřit při prvním volání druhé funkce, protože ta ještě není definována!
- Proto před definicí první funkce musíme oznámit, že bude existovat druhá funkce.
- Napíšeme její prototyp a místo definice těla dáme klíčové slovo `forward`:
- `procedure dva(a:integer);forward;`

Forward příklad:

```
program qq;
procedure dva(a:integer);forward;
procedure jedna(a:integer);
begin
      dva(a);
end;
procedure dva(a:integer);
begin
      jedna(a);
end;
begin
      jedna(1);
      {Ponechme stranou, že program nic nedela!}
end.
```

Medián v lineárním čase

- Minule byl algoritmus Quicksort.
- Problémem bylo, jak volit pivot.
- Volíme-li špatně, děláme mnoho iterací rekurze.
- Hledáme-li pivot dlouho, nepříjemně to trvá.
- Jak hledat medián v lineárním čase?
- Ve skutečnosti nebudeme hledat medián, ale k-tý nejmenší prvek.

Medián v lineárním čase

- Rozděl vstup na pětice,
- v každé pětici najdi medián,
- najdi medián mediánů (tedy medián mezi mediány pětic),
- rozděl vstup na menší a větší,
- zjisti, zda se k-tý nejmenší nachází mezi většími nebo menšími
- pokračuj s hledáním příslušné hromádce.

Medián lineárně detaily

- Jak najít mediány pětic?

Medián lineárně detaily

- Jak najít mediány pětic?
- Hrubou silou (v konstantním čase, opakujeme lineárně-krát).

Medián lineárně detaily

- Jak najít mediány pětic?
- Hrubou silou (v konstantním čase, opakujeme lineárně-krát).
- Jak najít medián mediánů?

Medián lineárně detaily

- Jak najít mediány pětic?
- Hrubou silou (v konstantním čase, opakujeme lineárně-krát).
- Jak najít medián mediánů?
- Rekurzívně (zavolej se na pole mediánů pětic).

Medián lineárně detaily

- Jak najít mediány pětic?
- Hrubou silou (v konstantním čase, opakujeme lineárně-krát).
- Jak najít medián mediánů?
- Rekurzívně (zavolej se na pole mediánů pětic).
- Jak "pokračovat na příslušné hromádce?"

Medián lineárně detaily

- Jak najít mediány pětic?
- Hrubou silou (v konstantním čase, opakujeme lineárně-krát).
- Jak najít medián mediánů?
- Rekurzívně (zavolej se na pole mediánů pětic).
- Jak "pokračovat na příslušné hromádce?"
- Rekurzívně (zavolej se buďto na menší hromádku a hledej k-tý nejmenší, nebo máme-li hledat v hromádce větších hodnot budiž l počet prvků na menší hromádce a hledej v hromádce větších $k - l$-tý nejmenší.

Proč je algoritmus lineární?

Protože:

- mediánů pětic je přibližně pětina délky vstupu,
- hromádka menších čísel stejně jako hromádka větších čísel bude mít velikost aspoň $3/10$,
- tudíž každá z hromádek bude mít též velikost nejvýš $7/10$.
- Zbytek je jen indukce.

Indukce:

Složitost algoritmu vede k rekurenci:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + T\left(\frac{7}{10}n\right) + kn.$$

Ukážeme, že existuje l takové, že $T(n) \leq ln$:

$$T(n) \leq \frac{ln}{5} + \frac{7ln}{10} + kn = kn + \frac{9}{10}ln$$

a tedy stačí volit $l \geq 10k$.

Konec

Děkuji za pozornost...