

Sedmá série domácích úkolů z lineární algebry

Deadline: 27.11.2020, 23:59:59.99

Zadání

- [2b] Rozhodněte, které z následujících množin tvoří vektorový prostor nad \mathbb{Q} (vzhledem k obvyklým operacím):
 - Všechny matice s racionálními políčky
 - Všechny matice $n \times m$ s racionálními políčky
 - Reálná čísla
 - $\{\sqrt{q} \mid q \in \mathbb{Q}, q \geq 0\}$.
 - $\{\sqrt{q} \mid q \in \mathbb{Q}, q \geq 0\} \cup \{-\sqrt{q} \mid q \in \mathbb{Q}, q \geq 0\}$.
 - Funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, pro které platí $f(q) = 0$ pro každé $q \in \mathbb{Q}$.
 - Funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, pro které platí $f(q) = q$ pro každé $q \in \mathbb{Q}$.
 - Bud' G libovolná grupa. Tvoří všechna zobrazení z grupy G do \mathbb{Q} vektorový prostor nad \mathbb{Q} ?
- [3b] Bud' X libovolná množina. Dokažte, že pokud definujeme součet dvou podmnožin jako jejich symetrickou diferenci, tak podmnožiny X tvoří vektorový prostor nad \mathbb{Z}_2 (s očividnou definicí násobení prvky ze \mathbb{Z}_2).
- [3b] Nad \mathbb{Z}_5 spočítejte průnik $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle \cap \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$. Kolik obsahuje vektorů?
- [bonus+2] Nad \mathbb{Z}_7 najděte soustavu rovnic, jejímž řešením bude

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Pokyny

Řešení pošlete na ppatak@seznam.cz s předmětem "lingeбра". Řešení mohou být v jakémkoli formátu (v ideálním případě pdf z L^AT_EXu, ale stačí i naskenované, nafocené pdf, jpeg), snažte se ale, aby byla řešení čitelná. U bonusových příkladů se Vám body započítávají, ale body z bonusového příkladu se nepočítají do celkového maximálního počtu bodů. Řešení můžete zaslat i několikrát, počítat se bude nejlepší dosažený počet bodů.

U každého příkladu nezapomeňte svá řešení pořádně zdůvodnit a uvést celý postup.¹

¹ Na takové úrovni detailů, aby z řešení bylo jasné, že látku chápete.