

Pátá série domácích úkolů z lineární algebry

Deadline: 13.11.2020, 23:59:59.99

Zadání

Spočtete:

1. (2b) Nad konečným pětiprvkovým tělesem $GF(5)$ vyřešte následující soustavu rovnic

$$3x + 2y + z = 1 \quad (1)$$

$$4x + y + 3z = 3 \quad (2)$$

2. (2b) Čemu se v $GF(31)$ rovná $\frac{1}{9}$ a $\frac{1}{12}$? (Můžete využít rozšířený Euklidův algoritmus.)

3. (2b) V $GF(7)$ spočtete A^{100} , pro $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

4. (3b) V $GF(17)$ řešte následující soustavu rovnic

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -3 & -8 & 3 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 4 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ -2 & -6 & 0 & -4 & -7 \end{array} \right)$$

5. (bonus+3) Doplňte následující tabulky tak, aby se jednalo o těleso s prvky $0, 1, a, a+1$, nulovým prvkem 0 a jednotkovým prvkem 1 ; tj. pro každé $x \in \{0, 1, a, a+1\}$ má platit $x+0 = x = 0+x$ a $x \cdot 1 = x = 1 \cdot x$.

+	0	1	a	a+1	·	0	1	a	a+1
0					0				
1					1				
a					a				
a+1					a+1				

V získaném tělese pak vyřešte soustavu rovnic.

$$\begin{aligned} ax + (a+1)y + z &= 1 \\ (a+1)x + y + az &= a+1 \end{aligned}$$

Pokyny

Řešení posílejte na ppatak@seznam.cz s předmětem "lingeбра". Řešení mohou být v jakémkoli formátu (v ideálním případě pdf z L^AT_EXu, ale stačí i naskenované, nafocené pdf, jpeg), snažte se ale, aby byla řešení čitelná. U bonusových příkladů se Vám body započítávají, ale body z bonusového příkladu se nepočítají do celkového maximálního počtu bodů. Řešení můžete zaslat i několikrát, počítat se bude nejlepší dosažený počet bodů.

U každého příkladu nezapomeňte svá řešení pořádně zdůvodnit a uvést celý postup.¹

¹ Na takové úrovni detailů, aby z řešení bylo jasné, že látku chápete.