

Desátá série domácích úkolů z lineární algebry

Deadline: 21.12.2020, 23:59:59.99

Zadání

1. [3b] Zjistěte, zda

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}.$$

Pokud neplatí rovnost, platí alespoň jedna inkluze?

2. [3b] Najděte bázi prostoru

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \right\},$$

která bude obsahovat vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$.

3. [4b] Nad \mathbb{Z}_{11} najděte bázi jádra matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & 6 & 0 \\ 8 & 2 & 4 & 8 & 0 \\ 0 & 6 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Dále najděte bázi levého jádra. (Levé jádro je množina všech řádkových vektorů \mathbf{v} , pro které platí $\mathbf{v}A = 0$.)

4. [bonus+1] Nechtě A a B jsou dvě různé matice, které mají stejný redukovaný odstupňovaný tvar. Musí se jejich sloupcové prostory také rovnat?

Pokyny

Řešení pošlete na ppatak@seznam.cz s předmětem “linegebra”. Řešení mohou být v jakémkoli formátu (v ideálním případě pdf z L^AT_EXu, ale stačí i naskenované, nafocené pdf, jpeg), snažte se ale, aby byla řešení čitelná. U bonusových příkladů se Vám body započítávají, ale body z bonusového příkladu se nepočítají do celkového maximálního počtu bodů. Řešení můžete zaslat i několikrát, počítat se bude nejlepší dosažený počet bodů.

U každého příkladu nezapomeňte svá řešení pořádně zdůvodnit a uvést celý postup.¹

¹ Na takové úrovni detailů, aby z řešení bylo jasné, že látku chápete.