

Devátá série domácích úkolů z diskrétní matematiky

Deadline: 12. 12. 2020; 23:59:59.99

U každého příkladu nezapomeňte svá řešení pořádně zdůvodnit.

Zadání

1. [3b] Graf G vznikne z grafu K_4 tak, že přidáme jeden vrchol a ten spojíme hranou s jedním vrcholem původního K_4 . Nakreslete G do roviny tak, aby se jeho hrany nekřížily, a určete počet koster G .
2. [3b] Buď G libovolný graf. Ukažte, že pro každou kostru K grafu G a libovolnou hranu $e \in E(G) \setminus E(K)$ existují dvě různé hrany $f, g \in E(K)$ takové, že $(K \setminus f) \cup e$, i $(K \setminus g) \cup e$ jsou opět kostry grafu G .
3. [3b] Nakreslete mřížku 4×4 a jejím hranám přiřadte různé náhodné ceny. Na této mřížce pak ilustруйте běh Borůvkova algoritmu pro nalezení minimální kostry krok po kroku. (Součástí cvičení je i nalezení popisu Borůvkova algoritmu na internetu.)
4. [bonus+2] Necht' (d_1, d_2, \dots, d_n) je posloupnost kladných celých čísel splňující $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$. Dokažte, že počet stromů na n vrcholech takových, že $\deg v_i = d_i$ je roven

$$\frac{(n-2)!}{\prod_{i=1}^n (d_i - 1)!}$$

Pokyny

Řešení pošlete na ppatak@seznam.cz s předmětem "diskretka". Řešení mohou být v jakémkoli formátu (v ideálním případě pdf z L^AT_EXu, ale stačí i naskenované, nafocené pdf, jpeg), snažte se, aby byla řešení čitelná. U bonusových příkladů se Vám body započítávají, ale body z bonusového příkladu se nepočítají do celkového maximálního počtu bodů. Příklady můžete zaslat i opakovaně, počítá se nejlepší dosažení počet bodů.