

Pátá série domácích úkolů z diskrétní matematiky

Deadline: 13. 11. 2020; 23:59:59.99

U každého příkladu nezapomeňte svá řešení pořádně zdůvodnit.

Zadání

1. (2b) Pokud z množiny $\{1, 2, \dots, 1000\}$ vyškrtáme všechny násobky 2, 3, 5 a 7, kolik čísel nám zbyde?
2. (3b) Kolika způsoby lze uspořádat písmena A, B, C, D, \dots, P tak, že z dané posloupnosti nelze vyškrtnutím písmen vytvořit žádné ze slov BAD, DEAF, APE? Co když zakážeme i LEADING?
3. (2b) Kolik existuje zobrazení z množiny $\{1, 2, \dots, n\}$ na¹ množinu $\{1, 2, 3\}$?
4. (2b) Milan má 7 kamarádů. Každý den příštího týdne by rád pozval 3 z nich na večeři. Kolika různými způsoby může rozeslat pozvánky na příští týden, pokud nechce žádného kamaráda vynechat?
5. (Bonus +2b) Pro přirozené číslo definujeme

$$\mu(n) := \begin{cases} 0 & \text{jestliže } n \text{ je dělitelné druhou mocninou nějakého prvočísla} \\ (-1)^k & \text{pokud } n \text{ je součinem } k \text{ různých prvočísel.} \end{cases}$$

(Speciálně tedy $\mu(1) = 1$.) Pro každé přirozené číslo spočítejte $\sum_{d|n} \mu(d)$.

Pokyny

Řešení pošlete na ppatak@seznam.cz s předmětem “diskretka”. Řešení mohou být v jakémkoli formátu (v ideálním případě pdf z L^AT_EXu, ale stačí i naskenované, nafocené pdf, jpeg), snažte se, aby byla řešení čitelná. U bonusových příkladů se Vám body započítávají, ale body z bonusového příkladu se nepočítají do celkového maximálního počtu bodů. Příklady můžete zaslat i opakovaně, počítá se nejlepší dosažení počet bodů.

¹ Na znamení, že na každé číslo 1, 2, 3 se zobrazí alespoň jeden prvek.