

Desátá série domácích úkolů z diskrétní matematiky

Deadline: 21. 12. 2020; 23:59:59.99

U každého příkladu nezapomeňte svá řešení pořádně zdůvodnit.

Zadání

1. [3b] Petersenův graf není rovinný. Odeberte z něj nejmenší možný počet hran tak, aby se tento graf stal rovinným a najděte jeho rovinné nakreslení.

Lze výsledný graf nakreslit rovinně tak, aby všechny hrany byly (rovné) úsečky? (bonus+2b)

2. [3b] Průsečíkové číslo $cr(G)$ grafu G je nejmenší počet křížení, s jakým se G podaří nakreslit do roviny. (Např. $cr(K_5) = 1$.) Je-li $n \geq 3$ počet vrcholů G a m počet jeho hran, dokažte, že

$$cr(G) \geq m - 3n + 6.$$

3. [3b] Vnitřní obvod (anglicky *girth*) $g(G)$ grafu G je definován jako délka nejkratšího cyklu v G . Dokažte, že pro souvislý rovinný graf s $g = g(G) \geq 3$, n vrcholy a m hranami platí

$$m \leq \frac{g(n-2)}{g-2}.$$

4. [2b] Buď W graf, jehož vrcholy jsou všechny prvky \mathbb{Z}_8 , takový, že u a v jsou spojeny hranou právě tehdy, když $u - v \in \{1, 4, 7\}$. (Odčítání se samozřejmě vyhodnocuje v \mathbb{Z}_8 , tj. modulo 8.)

Jedná se o rovinný graf? Pokud, ano, poskytněte rovinné nakreslení. Pokud ne, najděte podrozdělení K_5 nebo $K_{3,3}$ obsažené ve W .

Pokyny

Řešení pošlete na ppatak@seznam.cz s předmětem "diskretka". Řešení mohou být v jakémkoli formátu (v ideálním případě pdf z L^AT_EXu, ale stačí i naskenované, nafocené pdf, jpeg), snažte se, aby byla řešení čitelná. U bonusových příkladů se Vám body započítávají, ale body z bonusového příkladu se nepočítají do celkového maximálního počtu bodů. Příklady můžete zaslat i opakovaně, počítá se nejlepší dosažení počet bodů.