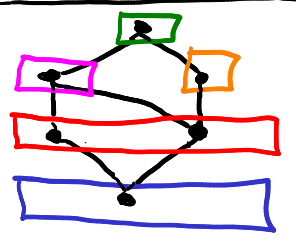


# Cvičení diskretní matematika



$i \in \{1, 2, \dots, m\}$   
 v jakých kombinacích množin  $E, F, G, H$  může být?

Prvně zvolím  $H$  velikosti:  $j \binom{k}{j}$   
 velikosti  $\binom{n}{k}$ , pak vyberu  $E$  velikosti:  $j \binom{k}{j}$   
 vyberu prvky do  $F$   $\binom{k-j}{l}$   
 vyberu prvky do  $G$   $\binom{k-j}{l}$

$$\sum_{k=0}^m \binom{n}{k} \left( \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} \cdot \left( \sum_{l=0}^{k-j} \binom{k-j}{l} \right) \cdot \left( \sum_{l'=0}^{k-j} \binom{k-j}{l'} \right) \right)$$



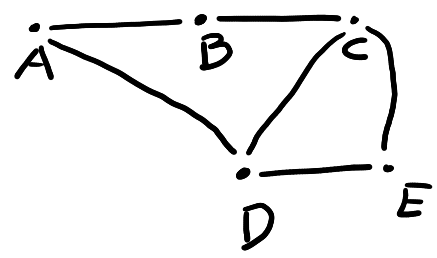
Vyberíme skupinu lidí se 3 lety s n lidmi,  
 co půjdou do zimbabwé. parhu  
 Máme dva slovoče pouh > 0. Komu jdeme?  
 (a) s kluzem, a z kolotoče)

$k$  lidí, kteří jsou, mezi nimi, komu jdeme to pouh > 0

$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k} \qquad 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

## Grafy

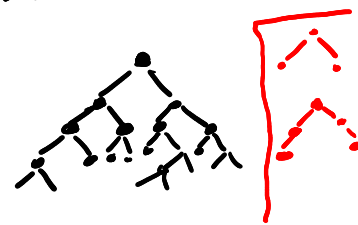
$(V, E)$   $V$  množina vrcholů  
 $E$  množina hran  $\subseteq \binom{V}{2}$



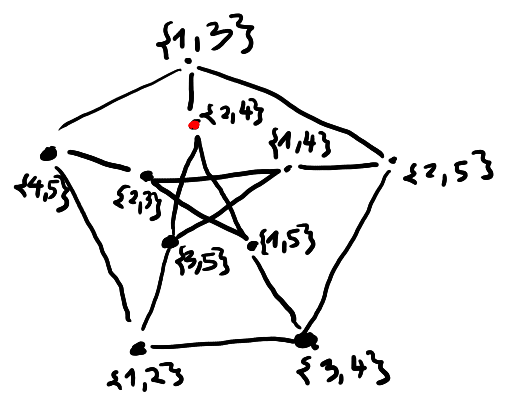
## Příklady

a)  $V$  ... města  
 $E$  ... dvojice měst, mezi kterými vede přímá trať

b) binární stromy



c) Facebook graf



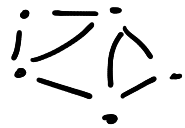
d) vrcholy lidé ve třídě  
 $\{a, b\}$  ... holka b se l. a

e) Nakreslete graf, kde

$V$  ... dvouprvkové podmnožiny  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 $E$  ...  $\{A, B\} \in E \iff A \cap B = \emptyset$

2. Lze nakreslit jedním tahem?

$n \in V \dots$  deg  $v \dots$  počet hran obsahující  $v$   
 stupen vrcholu  $v$  v grafu  $G$

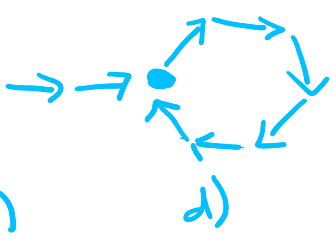


☀ když  $G$  jde nakreslit jedním tahem,  
 tak deg  $v$  je sudý  $\forall v \in V$  s maximálně dvěma  
 výjimkami (startovací a koncový vrchol)

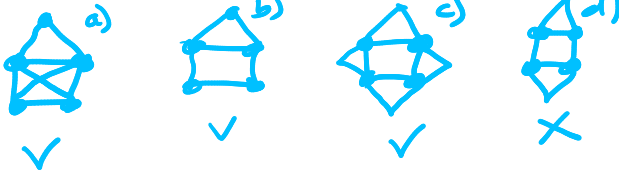


$G$  je souvislý p. hod mezi  
 $u, v$  existuje cesta  $\dots$

věta:  $G$  je souvislý,  $\forall$  vrch.  $v$  stupen sudý  $\Rightarrow$  jde nakreslit  
 jedním tahem

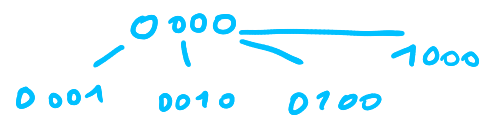


Cvičení - nakreslete



jedním tahem

e) vrcholy: posloupnosti  
 0,1 délky 4  
 0000, 0001, ..., 1111  
 hrany: liší se jen  
 v jedné pozici

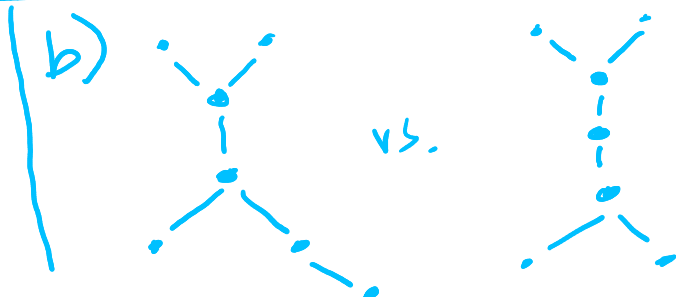
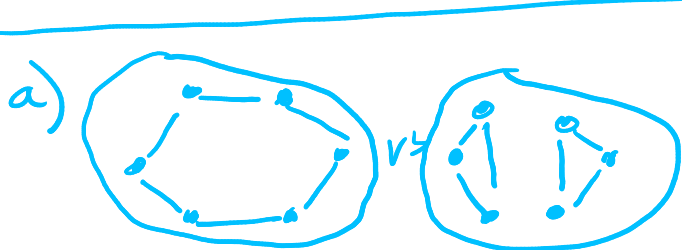


Posloupnost stupňů grafu  $G$  se nazývá skóre.  
 (degree sequence)  
 nerostoucí 1, 2, 5  
 $\rightarrow 5, 2, 1$

a) Najděte dva grafy se stejným skóre, které  
 nejsou izomorfní.

b) Najděte dva neizomorfní stromy se stejným skóre.  
 • strom je • souvislý graf bez cyklu (základní  $\Delta$   $\square$   $\star$ , ...)  
 • souvislý graf s  $n-1$  hranami  
 • minimální souvislý graf (odebrání libovolné hrany  
 zničí souvislost)

c) Existuje graf se skóre  $(5, 5, 5, 5, 5)$ ?  $\times$  neexistuje



$(5, 5, 5, 5, 5, 5, 5)$  z.je skóre grafu?

$$\sum_{v \in V} \deg v = 35$$

$$\sum_{e \in E} 2 = 2|E|$$

ne

$\sum_{v \in V} \deg v$  by nebolo sudz.