LINEÁRNÍ ALGEBRA II.

Domácí úkol V. k odevzdání mailem, tak abyste měli včas zápočet (alespoň 3 dny před plánovaným termínem zkoušky)

Příklad 1. Bilineární formy. [2 body]
Zdůvodněte, proč jsou následující formy bilineární a nalezněte jejich maticovou reprezentaci:

(1) násobení reálných čísel,
(2) $a\colon \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ danou $a(x, y) = x_1y_1 + 2x_2y_1 + 3x_2y_2$,
(3) $b\colon \mathbb{Z}_2^n \times \mathbb{Z}_2^n \to \mathbb{Z}$ danou $b(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} ix_i\right) \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} jy_j\right)$

Příklad 2. Signatura a polární báze. [2 body]
Ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^3$ mějte kvadratickou formu

$$g(x, y, z) = 2x^2 - 2xy + 4xz + y^2 + 2z^2.$$

Najděte polární bázi formy g a určete její signaturu.

Příklad 3. Signatura a polární báze. [2 body]
Rozhodněte, zda existuje báze $\mathbb{R}^3$ taková, že matice formy g (z předchozí úlohy) vůči této bázi je

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bázi nemusíte případně vyčíslovat, ale odpověď náležitě zdůvodněte.

Příklad 4. Signatura a polární báze. [2 body]
Najděte libovolnou pozitivně definitní kvadratickou formu, která má stejnou polární bázi jako forma g.

email: mikina@kam.mff.cuni.cz, url: http://kam.mff.cuni.cz/~mikina/.