

LINEÁRNÍ ALGEBRA II.

Domácí úkol III. k odevzdání 6.4. na cvičení nebo mailem nejpozději 5.4. 23:59

Příklad 1. Počítací.

Určete charakteristický polynom, spočítejte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory následujících matic:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Příklad 2. Zajímavější.

Matice $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ má vlastní čísla $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 2$, a $\lambda_3 = 5$. Určete stopu a determinant matice $(-A^2 + 5I_3)^{-1}$.

Příklad 3. SDS^{-1} rozklad.

Převeďte následující matice do tvaru SDS^{-1} , kde D je diagonální a S je regulární.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -4 & -7 & -7 \\ 6 & 12 & 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 4. Transponovaná je podobná.

Bud' $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ diagonalizovatelná. Ukažte, že $A \sim A^T$. (Relace \sim značí podobnost matic.)

Příklad 5. Má řešení.

Bud' $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ podobné. Ukažte, že maticová soustava $AX - XB = 0$ má řešení $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$.