8. Vlastní čísla – diagonalizovatelnost

Cv. 8.1 Určete, zda jsou následující matice diagonalizovatelné:

(a) $A_1 = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$,

(b) $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Cv. 8.2 Ukažte, že matice B není diagonalizovatelná:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Cv. 8.3 Rozhodněte o platnosti tvrzení: $A \sim B \Leftrightarrow A^2 \sim B^2$.

Cv. 8.4 Najděte matici která má vlastní čísla $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 1$
a vlastí vektory $x_1 = (-3, 2, 1)^T, x_2 = (-2, 1, 0)^T, x_3 = (-6, 3, 1)^T$.

Cv. 8.5 Vypočítejte A^{42} a A^{101}.

$$S = \begin{pmatrix} 41 & -30 \\ 56 & -41 \end{pmatrix}$$

Cv. 8.6 Pro diagonalizovatelnou matici C její *"druhou odmocninu"*.
Tedy takovou matici Y, že $Y^2 = C$.

$$C = \begin{pmatrix} -11 & 30 \\ -10 & 24 \end{pmatrix}$$

Cv. 8.7 Rozložte následující matice na součin SDS^{-1}, kde matice S je regulární a matice D je diagonální:

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$,

(b) $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$,

(c) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$,

(d) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.