

Příklad 1. K_5 a $K_{3,3}$.

Dokažte, že grafy K_5 a $K_{3,3}$ nejsou rovinné.

Příklad 2. $K_{m,n}$ je rovinný

Dokažte, že graf $K_{m,n}$ je rovinný graf, právě když $\min\{m, n\} \leq 2$.

Příklad 3. Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.

Příklad 4. Existuje kubický (tj. 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- (a) právě 12 šestiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- (b) právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- (c) jednu dvacetiúhelníkovou stěnu a deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

Příklad 5. Jedným tahem :

Dokažte, že každý souvislý rovinný eulerovský graf lze nakreslit do roviny jediným uzavřeným tahem, který se „jen“ dotýká ve vrcholech, a nikdy se v nich neprotíná.

Příklad 6. Pět hranově disjunktálních lesů.

Dokažte, že každý rovinný graf lze vyjádřit jako sjednocení pěti hranově disjunktálních lesů.
(Platí to i pro tři lesy, ale to už není tak snadné dokázat.)

Příklad 7. Self-duál.

Graf G je *self-duál* pokud $G \approx G^*$.

- (1) Najděte jednoduchý graf G (bez smyček a násobných hran) na 4 vrcholech takový, že $G^* = G$.
- (2) Pro $n > 4$ najděte jednoduchý graf na n vrcholech takový, že $G^* = G$.

Příklad 8. (ne)jednoznačnost duálu.

Najděte dvě nakreslení téhož grafu, jejichž duály nejsou isomorfní.

Příklad 9. Charakterizujte:

- (a) takové souvislé rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku.
- (b) takové souvislé rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku ani dvojici násobných hran.