

## DISKRÉTNÍ MATEMATIKA 10.11. a 11.11. Cvičení VI.

### 1. PIE

#### Příklad 1. Erasthenovo sito.

- (a) Kolik čísel zbude z množiny  $\{1, 2, \dots, 100\}$  po vyškrtání všech násobků čísel 2, 3, 5 a 7?  
(b) Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.

#### Příklad 2. Fronta.

Kolika způsoby lze seřadit do fronty 5 Čechů, 4 Slováky a 3 Maďary tak, aby všichni příslušníci žádného národa netvořili jeden souvislý blok? Uvažte oba případy: kdy nám záleží pouze na národnosti, a kdy uvažujeme konkrétní osoby.

#### Příklad 3. Slova.

Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov:

- (a) BAR, DEN, RAZIE ?

#### Příklad 4. Ples.

Na plesu je  $n$  manželských párů. Kolika způsoby lze utvořit  $n$  tanečních párů, jestliže žádná manželská dvojice netancuje spolu?

#### Příklad 5. Kameny na šachovnici.

Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici  $4 \times 4$  tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?

#### Příklad 6. P.I.E. jinak.

Pomocí vhodné kombinatorické interpretace a použitím principu inkluze a exkluze spočtete následující sumu pro  $n, m, j$  přirozené a  $n \leq j \leq m + n$ .

(T.j. vyjádřete tuto sumu jako nějaký výraz, který už nebude obsahovat sumu.)

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} \binom{m+n-i}{j-i}$$