

## DISKRÉTNÍ MATEMATIKA 20.10. a 21.10. Cvičení IV.

### Příklad 1. ČUM III.

Rozmyslete si že relace dělitelnosti na  $\mathbb{N}$  je ČUM.

Dále uvažujme relaci dělitelnosti na  $\{1, 2, \dots, 12\}$ . Nakreslete její hasseho diagram a nalezněte její největší/nejmenší/maximální/minimální prvek, či si rozmyslete že neexistuje.

Rozhodněte zda pro ČUM relace dělitelnosti na  $\mathbb{N}$  platí, že pro každou konečnou (i prázdnou) množinu existuje supremum či infimum.

### Příklad 2. Dlouhý a ne-příliš zajímavý.

Které z těchto relací na množině  $\mathbb{N}^2$  jsou uspořádání?

Která z těchto uspořádání jsou lineární?

(a) Porovnání v alespoň jedné souřadnici  $\leq_U$ :

$$(a, b) \leq_U (c, d) \iff a \leq c \vee b \leq d$$

(b) Porovnání po obou souřadnicích  $\leq_S$ :

$$(a, b) \leq_S (c, d) \iff a \leq c \wedge b \leq d$$

(c) Porovnání v obou složkách různými směry  $\leq_X$ :

$$(a, b) \leq_X (c, d) \iff a \leq c \wedge b \geq d$$

(d) Lexikografické porovnání  $\leq_L$ :

$$(a, b) \leq_L (c, d) \iff a < c \vee (a = c \wedge b \leq d)$$

### Příklad 3. ČU a ekv.

Popište všechny relace na množině  $X$ , které jsou zároveň ekvivalencí a částečným uspořádáním.

### Příklad 4. Vnoření.

Dokažte, že pro každou uspořádanou množinu  $(X, \preceq)$  existuje vnoření do uspořádané množiny  $(2^X, \subseteq)$

### Příklad 5. (Anti)řetězce.

Najděte délku maximálního řetězce a antiřetězce na uspořádání  $(\{1, 2, \dots, n\}, |)$ .