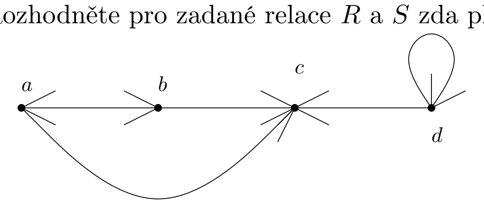
DISKRÉTNÍ MATEMATIKA 13.10. a 14.10. Cvičení III.

Příklad 1. Ekvivalence ?
Rozhodněte, zda následující relace jsou ekvivalence:

(a) $X = \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}$, $(x, y) \in R \iff p$ dělí $(x - y)$
(b) $X = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, $(x, y) \in R \iff x$ dělí y a zároveň y dělí x
(c) $X = \mathbb{N}$, $(x, y) \in R \iff \exists z \in \mathbb{N}$, že z dělí x i y
(d) $X = \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$, $((a, b), (c, d)) \in R \iff \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Příklad 2. Příklady relací.
Nalezněte relaci (je-li to možné), která
(a) je antisymetrická i symetrická zároveň
(b) je antisymetrická a není symetrická
(c) není antisymetrická, ale je symetrická
(d) není ani antisymetrická ani symetrická

Příklad 3. Dvě relace.
Rozhodněte pro zadané relace R a S zda platí:



$$S = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Je R tranzitivní?
(b) Je S antisymetrická?
(c) je R^-1 tranzitivní?
(d) Je $S \cap R$ symetrická?
(e) je $R \circ S$ reflexivní?
(f) je $S \circ R$ reflexivní?

Příklad 4. Počty
Určete počet různých

(a) ekvivalencí na množine velikosti 5.
(b) reflexivních relací na množině n prvků.
(c) symetrických relací na množině velikosti n.

Příklad 5. Zachovávání tranzitivity.
Nechť R a S jsou tranzitivní relace na množině X. Budou následující relace také tranzitivní?

(a) $R \cup S$
(b) $R \cap S$
(c) $R \setminus S$
(d) $R \circ S$
(e) R^{-1}

Příklad 6. Skládání relací.
Popište relaci $R \circ R$, označuje-li R

(a) relaci rovnosti „=" na množine $\mathbb{N}$
(b) relaci „$\leq$" na $\mathbb{N}$
(c) relaci „$<$" na $\mathbb{N}$
(d) relaci „$<$" na $\mathbb{R}$

email: mikina@kam.mff.cuni.cz, url: http://kam.mff.cuni.cz/~mikina/.