

**DISKRÉTNÍ MATEMATIKA**  
**Cvičení 16.12.2014**

**Maximální rovinné grafy.** Každý rovinný graf má nejvýše  $3|V| - 6$  hran. Jak charakterizovat všechny grafy, které mají *právě tolik* hran? (Takovým říkáme *maximální rovinné grafy*, protože přidání jakékoliv hrany už nutně znamená, že graf není rovinný.)

**Dělení.** Dokažte, že graf je rovinný, právě když libovolné jeho dělení je rovinný graf.

**Jedným tahem :)** Dokažte, že každý souvislý rovinný eulerovský graf lze nakreslit do roviny jediným uzavřeným tahem (tah se může „jen“ dotýkat ve vrcholech).

**Barvení.** Dokažte, že pro každý  $k$ -regulární bipartitní graf  $G$  platí, že v každém jeho obarvení dvěma barvami je stejně vrcholů první barvy jako vrcholů druhé barvy.

(Graf je  $k$ -regulární, když mají všechny jeho vrcholy stupeň  $k$ .)