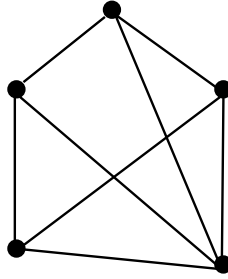


DISKRÉTNÍ MATEMATIKA

Cvičení 3.12.2014

Chromatický polynom. Kolik koster má graf na obrázku?



Prostor cyklů. Dokažte, že symetricka diference dvou sudých množin je opět sudá množina (t.j. všechny stupně jsou sudé).

Grafy bez mostů. Dokažte, že souvislý graf, který má všechny stupně sudé, neobsahuje most (hranu, po odstranění které graf přestane být souvislý).

Definice 1 (Strom). Strom je souvislý graf který neobsahuje kružnici.

Ekvivalentní definice stromu. Dokažte, že pro libovolný graf G jsou následující podmínky ekvivalentní:

- G je strom
- pro $\forall u, v$ vrcholy $G \exists$ v grafu G právě jedna cesta z u do v
- G je minimální souvislý, t.j. je souvislý, ale vynecháním libovolné hrany vznikne nesouvislý graf
- G je maximální acyklický, t.j. acyklický, ale přidáním libovolné hrany vznikne graf který již křůžnici obsahuje
- G je souvislý a $|V| = |E| - 1$
- G je acyklický a $|V| = |E| - 1$

Listy. Dokažte, že pokud má konečný strom vrchol stupně k , potom má alespoň k listů.

Tolik hran stačí. Buď G graf na n vrcholech s $m > \binom{n-1}{k}$ hranami. Ukažte, že je souvislý.

I bez nich to půjde. Dokažte, že každý souvislý graf G na alespoň třech vrcholech obsahuje dva vrcholy u a v takové, že všechny tři grafy $G \setminus \{u\}$, $G \setminus \{v\}$ a $G \setminus \{u, v\}$ jsou souvislé.

Cesta na $d + 1$ vrcholech. Ukažte, že každý graf, jehož všechny vrcholy mají stupeň alespoň d , obsahuje cestu na $d + 1$ vrcholech jako podgraf.