DISKRÉTNÍ MATEMATIKA
Cvičení 19.11.2014

Všechny grafy na 4 vrcholech. Najděte všechny neisomorfní grafy na 4 vrcholech.

Grafy a jejich doplňky. Dokažte, že dva grafy jsou isomorfní právě když jsou isomorfní jejich doplňky.

Kubické grafy. Ukažte, že každý 3-regulární graf má sudý počet vrcholů.

Je to skóre? Ověřte, jestli (1,1,1,2,2,3,4,4,5,5) a (1,2,3,4,5,5,6) jsou skóre grafu. Pokud ano, sestrojte graf s daným skóre.

Stejné skóre. Najděte dva neisomorfní grafy se stejným skóre.

Kolik vrcholů stupně 5. Graf G má 14 vrcholů a 30 hran a každý vrchol je stupně 4 nebo 5. Kolik má vrcholů stupně 5?

5 vrcholů stupně 6 nebo 6 vrcholů stupně 5. Buď G graf s 9 vrcholy, každý stupně 5 nebo 6. Ukažte, že má buď aspoň 5 vrcholů stupně 6, nebo aspoň 6 vrcholů stupně 5.

Počet hran K_n. Pro která n platí $100 \leq e(K_n) \leq 200$, kde $e(K_n)$ je počet hran úplného grafu na n vrcholech?

Nejdelší cesty. Dokažte, že každé dvě nejdelší cesty v souvislém grafu mají společný vrchol.

Definice 1 (Matice sousednosti)**.** Nechť $G = (V, E)$ je graf s n vrcholy. Označme vrcholy $v_1, \ldots, v_n$. Matice sousednosti grafu G je čtvercová matice $A_G = (a_ij)_{i,j=1}^n$ definovaná předpisem

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pro } \{v_i, v_j\} \in E \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Cesty délky k. Buď G graf na n vrcholech, $A = A_G$ jeho matice sousednosti. Dokažte, že v A^k je prvek $a_{i,j}^k$ roven počtu sledů z vrcholu v_i do vrholu v_j délky k.

Bipartitní graf. Dokažte, že graf je bipartitní, právě když neobsahuje žádnou kružnici liché délky

email: mikina@kam.mff.cuni.cz, url: http://kam.mff.cuni.cz/~mikina/.