

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA

Domácí úkol V.-VI. k odevzdání nejpozději 23.11. 23:59 online nebo na cvičení 24. a 25.11.

Vzhledem k tomu že jedno z cvičení připadá na svátek, je prodloužený deadline na odevzdání příkladů a tak je toto sada "dva v jednom", tedy 4 příklady po 2 body. Jeden z příkladů je možné dokázat různými způsoby, pokud to tak uděláte, můžete získat i nějaké body navíc. Poslední příklad je moc hezký, za jeho vyřešení můžete taky získat dva bonusové body.

Příklad 1. Sečtěte: [2 body]

$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$$

Příklad 2. Dokažte: [2 body + 1 bod za druhý důkaz]

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{n+m}{r}$$

Příklad 3. Různé cesty. [2 body]

Máme obdélník vystříhnutý ze čtverečkováného papíru, který má rozměry $m \times n$ čtverečků a jeho hrany jsou přesně čáry papíru. Jeho levý dolní roh označíme A , pravý horní B . Kolik různých cest vedoucích jenom po linkách papíru existuje z vrcholu A do vrcholu B ? Pohybovat se můžete jenom doprava nebo nahoru, smíte kráčet i po hranách samotného obdélníku.

Příklad 4. Slova. [2 body]

Kolik existuje pořadí písmen A, B, C, \dots, O, P , z nichž vypuštěním některých písmen nelze dostat ani jedno ze slov PONK, DOBA a COP?

Příklad 5. BONUSOVÝ: Kolotoč. [2 body]

Na n -místném kolotoči jelo n dětí. Děti chtějí jet ještě jednou, ale žádné z nich nechce sedět za stejným dítětem jako při první jízdě. Kolika různými způsoby je můžete posadit na kolotoč tak, abyste vyhověli jejich přání? Výsledek nemusíte upravovat.