Domácí úkoly, sada 1.

Říjen 3. 2013

Problém 1. Dokažte následující tvrzení:
Máme-li obdélník v rovině a do něj kreslíme přímky (čili úsečky od kraje ke kraji), pak výsledné oblasti umíme obarvit dvěma barvami tak, že každé dvě sousedící oblasti se budou vzájemně v barvě lišit. (Dotýkání se přes roh nepočítáme.)

Problém 2. Nechť x je reálné číslo takové, že $x + \frac{1}{x}$ je celé číslo. Dokažte, že potom i $x^n + (\frac{1}{x})^n$ je celé číslo pro všechna přirozená čísla n.

Problém 3. Dokažte, že pro všechna n přirozená platí:

$$4|(6n^2 + 2n).$$

Znak se čte dělí a znamená, že číslo vlevo dělí čislé vpravo (t.j. máte ukázat, že $\frac{(6n2+2n)}{4}$ je celým číslem pro všechna $n \in \mathbb{N}$).